

数学の教え方 032

▶ 2023. 10. 30(月)

【中学2年数学】

1次関数

「動点と面積(区間関数)」の指導(その4)

フロローグ

先生：「春過ぎて 夏来にけらし 白妙の…」

生徒A：「…あるじなしとて 春な 忘れそ。」

生徒達：「…ん？」(?!?)!

先生：「…ん？」

では…!

東風吹かば にほひおこせよ 梅の花…」

生徒A：「…うぐ！」

生徒A, 続きができません。

でないわな!

もう出してしまったんだから!

じゃんじゃん!

きょうは、小倉百人一首(持統天皇)と菅原道真から入りました。

動点問題を続けます。

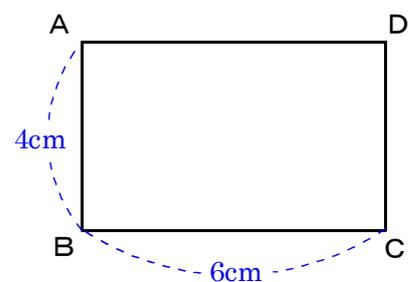
きょうは、CD間から行きます。

「動点と面積」の旅－第2日目(CD間)

問題を再録します。

下のような長方形があります。点Pが毎秒2cmの速さで点Bを出発して辺上をC, D, Aまで動きます。点Bを出発して χ 秒後の $\triangle ABP$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とすると、次の問いに答えなさい。

- (1) χ と y の関係をグラフで示しなさい。
- (2) $\triangle ABP$ の面積が 6 cm^2 となるのは、点Bを出発してから何秒後ですか。



先生：「さて、点Pは頂点Cを出ます。

点Pが辺CD上の任意の位置にいるとして、

そのときの $\triangle ABP$ の面積 y を χ の式で表してみましょう。」

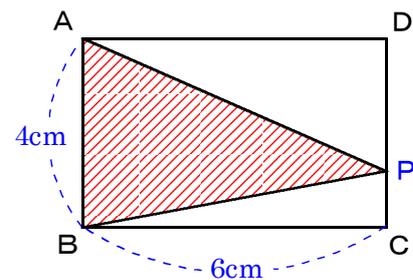
生徒A：「任意って？」
 先生：「どこでもいい，という意味！」
 生徒A：「どこでも？」
 先生：「…」

求め方(その1)…特殊

生徒B：「 $y = 12$ です。」
 生徒A：「ほよ！
 でも， x がないねえ！
 なくてもいいの？」
 生徒B：「計算したら，なくなった！」
 生徒A：「どんな計算したの？」
 生徒B：「 $\triangle ABP = \text{台形} PABC - \triangle PBC$
 $BP = x$ ， $BC = 6$ より $PC = x - 6$
 これを使って， $y = \frac{(x - 6 + 4) \times 6 \div 2 - 6 \times (x - 6) \div 2}{\text{台形} PABC - \triangle PBC}$
 $y = (x - 2) \times 3 - 3 \times (x - 6)$
 $y = 3x - 6 - 3x + 18$
 $y = 12$

x が消えた！」

生徒A：「 x の1次関数なのに， x なくていいの？」
 生徒B：「…？
 ないものは，ない！」



求め方(その2)…一般

生徒C：「でも，めんどっちいね！
 点PがCD上にいるときは，いつでも
 底辺が4cmで，高さが6cmだから，
 面積は，いつでも $4 \times 6 \div 2 = 12$ だよ。
 つまり， $y = 12$ 。」
 生徒A：「な～るほど！
 こっちのほうがめちゃんこ易しい。」
 生徒B：「でも，それだと一般性がないがね。
 点PがAD上にいるときには，使えないじゃないか。」
 生徒A：「そのときは，そのときじゃないの！
 でも，B君の式だけど，
 どして x なの？
 点Pの速さは2cm/秒でしょ！
 x 秒後には $2x$ cm進むと思うけど…」
 生徒A，ちゃんと捲土重来してます。
 点PがBC上にいたときの自分の答案の蹉跌を教訓として

よ〜く見えています。

まちがって&まちがって = 正解

ところで、生徒Bは、点Pの速さを、 $1\text{ cm}/\text{秒}$ として計算しています。
やはり特殊的学习の被害者です。

しかし、生徒Bは点Pの速さを取り違えても正解しています。

数学では、
間違えて、間違えると正解することも起こるし、
途中の間違いが消えてしまうことも起こります。
不思議な世界です。
だから、途中の考え方は、先生や生徒のだれもがチェックできる形で
しっかりと記録させなくてはなりません。

やはり、この問題では、CD間は生徒Cの考え方でいきましょう。
「底辺×高さ÷2」、こちらが「一般」です。
「一般」とは、一番応用力のある考え方のことです。

エピローグ

先生：「さて、いよいよ第4コーナーを回ってゴールを目指します！」
話が旅から、突然競馬に変わっていますナ。
でも、ここは競馬の第4コーナーでないと、どうも勢いがつかないようで…

今回は、勢いをつけてDA間を走り抜け、ゴールします。

生徒A：「せんせっ！

旅をしてるのじゃないの？

どして、突然”走る”のですか？」

先生：「ん！？

旅をしていても、急ぐときは、走るでしょうが…

そういうものと思ひ込むことも、また“処世術”なのです。」

生徒A：「…、…、…」

ことの本質に関係ないことに拘ると、問題が解けなくなります。
どうでもいいことは無視する思考方法もまた数学には必要だ、ということです。

では、今回は、ゴール目指して、”超難関DAコース”を走り抜けましょう。

動点問題を極めるには数専ゼミの数学教室にかぎる！