

数学の教え方 030

▶ 2023. 10. 28 (土)

【中学2年数学】

1次関数

「動点と面積(区間関数)」の指導(その2)

「動点と面積」の旅 – 第1日目

動点と面積，動点Pも図形の辺上をあちこちと旅をして，旅日記を残します。

生徒は，旅日記を読むこととなります。

グラフという旅日記，関数式という旅日記。

たしかに，その日記のとおりに行くと，図形の辺上を点Pが旅したのとまったくおなじ路を旅できます。

「なるほど！」と言って感動していいものやら…

「こむずかしいなあ」と言って嘆いていいものやら…

★

動点と面積の旅は，変域が変わるごとに風景（図形の形）が変わるのが風情があっていいのですが…

しかし，「変域が変わるごとに風景（図形の形）が変わる」というのが生徒にとっては，苦しみ以外の何ものでもないのですナ！(*^_^*)Hahaha!

関数式は「旅のガイド」です。

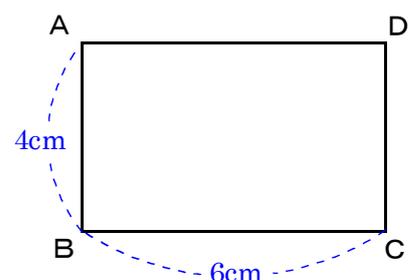
これをたよりに旅をすれば，目的地までたどり着けますから。

上の問題では， $y = 4x^2$ にしたがって辺BC上を旅すれば，3秒後には頂点Cまでたどりつけます。

問題を再録します。

下のような長方形があります。点Pが毎秒2cmの速さで点Bを出発して辺上をC，D，Aまで動きます。点Bを出発して x 秒後の $\triangle ABP$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき，次の問いに答えなさい。

- (1) x と y の関係をグラフで示しなさい。
- (2) $\triangle ABP$ の面積が 6 cm^2 となるのは，点Bを出発してから何秒後ですか。



先生：「さて，点Pは頂点Bから出ます。

まず、辺BC上を頂点Cまで進みます。

確認しますよ。

点Pの速さは2 cm/秒。

χ 秒後の $\triangle ABP$ の面積が $y \text{ cm}^2$ です。

はい、 χ 秒後の $\triangle ABP$ の面積を χ を使って表してみましょう。」

生徒A：「超かんたん！

三角形の面積を出す公式だから

底辺×高さ÷2

$$y = 2\chi \times 4 \div 2 = 4\chi$$

つまり、 $y = 4\chi$ 」

先生：「…！

よくできました。

P a c h i。」

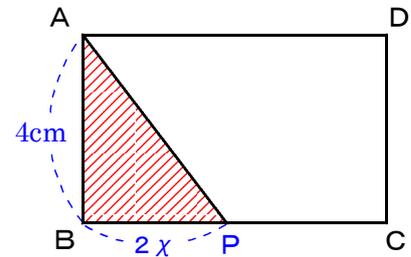
生徒A：「…ん？

P a c h i？」

先生：「そう、パチ、1個！

こんなの、だれでもできる！

生徒A：「…」(--;) Shunn!



唯我独尊！理路整然とまちがう

先生：「では、点Pは頂点Cまでたどりつくのに、何秒かかりますか？」

生徒A：「はい！、はい！

捲土重来！

6 cmを2 cm/秒だから、3秒だわな。」

先生：「はい！

それでは、 χ の変域を書いて下さい。」

生徒A：「は～い！

BC間の長さは、6 cmだから、 $0 \leq \chi \leq 6$ デ～ス！」

先生：「ん？！

捲土重来

どしたの？」

ジャンジャン！

笑ってないで！

いるんです。

まじめにこのように考えている生徒。

先生が、ちゃ～んと、変域の確認のための導入問題をさせてあげてるのに…

な～んも聞いていません。

もう、 χ は、点Pが動ける辺の長さ決めてかかっています。

こういうのを”唯我独尊”といいます。

「一般」から学び始めることが大切

もっとも、問題集にはこういう特殊問題が圧倒的に多いことが原因なんです
動点の速さを、 $1\text{ cm}/\text{秒}$ とするのは特殊なんです。

この条件下では、時間を表す x の値と、点 P の移動距離を表す値が
が等しくなります。

特殊から学習を始めるとこのような先入観をもったまちがいを犯します。

犯しちゃいけません。

犯すと犯罪になります。

生徒達：「…??？」

先生：「…」(^_^;)Shuwacchi!

一般は、動点の速さが、 $2\text{ cm}/\text{秒}$ や $3\text{ cm}/\text{秒}$ の場合です。

だから、動点の速さが $2\text{ cm}/\text{秒}$ や $3\text{ cm}/\text{秒}$ などの問題から学習させなければなりません。

以前から言っている、一般を教えることの重要性の一端です。

方程式もそうですが、 x と y の具体的内容をきちんと押さえないで文章題を解く生徒というのは
けっこういます。

だから、 x が問われていることと違う数量の場合には、立式、計算のすべてにできて、答でまち
がいます。

当然、関数の問題でも同じことです。

授業は続きます…。

生徒B：「ちがうとおもうんですが…。

x は点Pが動いた時間で、

B、C間は3秒かかって動くから、

x の範囲は $0 \leq x \leq 3$ 。」

第1日目の旅のまとめ

先生：「そういうことです。

では、まとめますよ。

点Pは、頂点Bを出発し、

点PがBC間にあるとき、 $\triangle ABP$ の面積 y は

$y = 4x$ で表すことができる。

点Pは $2\text{ cm}/\text{秒}$ で動くことと、BC間が 6 cm であることから

点Pは3秒で頂点Cに着く。

よって、 x は点Pの動いた時間を表すから

x の変域は $0 \leq x \leq 3$

となる。

…ダ！」

生徒達：**Pachi, Pachi, Pachi! Pacchinn?!**

「センセ、すごい！すごい！、もひとつ、**す！ご！いっ！**」

先生：「プロですから…！」
生徒A子：「なに，言ってんの！
こんなもん，だれだってできるがね。」
先生：「…！」
生徒達：「そういえば，
そだよ，ねえ…」
先生：「…！」

エピソード

教室がしらけてしまって，話がまとまらないので，
きょうの授業はこれでおしまいっ！
次回は，Cを回ってDへ，Aへと向かう旅の概要をながめます。
まだ，旅はしません。
どんな旅になるのか，旅の大まかな様子をお話します。
先々の”見通し”を持って問題を解くことは大切な”力”であるからです。

動点問題は数専ゼミの数学教室で！

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp