数学の教え方 019

▶ 2023.10.15（日）

【中学２年数学】

１次関数	「１次関数の意味」の指導

「は・じ・き」は１次関数でもダメ！

１次関数に入ります。

> 毎時χkmの速さで４０分走ったときの距離はｙkmです。ｙをχの式で表しなさい。

生徒Ａ：「き＝は×じだから，ｙ＝４０χ」

生徒Ａ，「は・じ・き」を使っていますね。
危ないです！（間違うよ，という意味ですが…）
案の定

先生：「ダメ！」
生徒Ａ：「せんせ，ダメはないでしょ。
　　　　なんか言い方があるように思うんですけど…」
先生：「失礼！，でもダメ！」
生徒Ａ：「…ムっ！」
先生：「たとえば，だ。
　　　　時速６kmで４０分間走ると，ｙ＝４０×６＝２４０（km）
　　　　時速６kmは駆け足くらいの速さだぞ。
　　　　４０分くらい走ったところで，
　　　　とても２４０kmも行けるとは思えないが…
　　　　２４０kmといえば，東京から名古屋，東京から福島までだぞ…」
生徒Ａ：「…う～ん，それもそうですけど…！」
先生：「常識の問題だな，だから，ダメ！」
生徒Ａ：「…(-_-;)」
ジャンジャン！

１次関数をめぐる”迷走”は続く。

一次関数の授業シーン（その１）

ともなって変わる量の復習です。
１年次に，「比例」の単元で学習しています。
しているはず…
しているはず，で・す・が…

９８０ｍ離れた店に買物に向かった。家を出発してからの時間がたつにつれて，店までの距離がどのように変わるかを調べたい。
店に向かう速さを分速７０ｍとし，家を出発してχ分後の店までの距離をｙｍとするとき，対応するχ，ｙの値を下の表に記入しなさい。

χ（分）	2	4	6	8	１０	１２
ｙ（ｍ）						

生徒Ａの答案

χ（分）	2	4	6	8	１０	１２
ｙ（ｍ）	１４０	２８０	４２０	５６０	４００	８４０

この生徒Ａ，問題をまったく読んでいません。
しかし，この種の問題をやらせると，８割の生徒は上のような答を書きます。
距離は「減らない」という常識が，このように考えさせるのですね。

正解は，こちらです。

χ（分）	2	4	6	8	１０	１２
ｙ（ｍ）	８４０	７００	５６０	４２０	２８０	１４０

一次関数の授業シーン（その２）

次の場合，ｙはχのどのような式で表されますか。また，一次関数であるものには，（　）内に◎印をつけなさい。
(1)　毎時χkmの速さで４０分走ったときの距離はｙkm
(2)　周が８χcmの正方形の面積はｙcm^2

生徒Ｋ：「(1)　ｙ＝４０χ　　（◎）
　　　　(2)　$y=2\chi^2$　　（　）」

(1)　これは圧倒的多数派の答案です。

「距離＝速さ×時間」の”形而上学的”適用です。
速さは「単位」との勝負なのですね。
負け，です。

速さの問題では，単位は速さにそろえる，というのが基本です。
この問題では，速さのχがkm／時ですから，これにそろえます。

$$４０分＝４０×（分）＝４０×（\frac{1}{６０}時）＝\frac{４０}{６０}時＝\frac{2}{3}時$$

単位変換のこの思考プロセスは，暗記をさけ，
基本単位でのみ単位変換をさせる最も応用力の広い考え方です。
すべての単位変換で使えます。
めんどうくさがる生徒をなだめすかしながら書かせます。

(2) もよく見られる答案です。係数が無視されています。
というより，これやはり公式の”形而上学的”適用の悪弊です。

次のような問題で，象徴的にこの傾向が現れます。

公式を”機械的に”使って解くと，こうなる！

静かな水面に石を投げ入れたとき，同心円の波紋ができる。一番外側の波紋の半径が毎秒０．８ｍずつ大きくなるとき，次の問いに答えなさい。
(1) 石を投げ入れてからχ秒後の一番外側の波紋のえがく円の面積をｙcm^2とする。ｙをχで表しなさい。」

圧倒的多数の生徒の答案は，$ｙ＝０．８χ^2$ です。

計算問題などで，演算が成立する理由（分配法則，等式の性質等々）をきちんと理解させることなく，１００題とか２００題の機械的繰り返しをさせると，このような”形而上学的”思考方法が習慣化します。

計算力は身についたとしても，公式に頼ろうとする思考が優先し，応用問題の分野で弊害が現れます。
計算分野で成功体験が強いほど，弊害を取り除くことは困難になります。
「計算バカ」が生まれます。

”本質”（意味）を使って解く生徒は…

ただし，逆は必ずしも真ではありません。
計算も強いが，応用問題にも強い生徒は，当然います。

誤解してはいけないこと…
計算が強いから応用問題が強いのではありません。
応用力が強い（原理・原則をきちんと理解している）から計算にも強いのです。

こういう生徒は，勉強時間がとても少ない。
「彼はあまり勉強している様子がないのに…」とは，よく聞く話です。
当然です。２００題も練習はしません。
３～４題を解いて，２００題に通用する「考え方」を覚えてしまうからです。

なぜ÷分数は，×逆数と計算してよいのか…
２～３題，じっくりと納得させながら学習させるならば
$6 \div \frac{9}{10} = \frac{1}{6} \times \frac{9}{10}$ などというバカな計算は”絶対に”しないのです。
もちろん，これは象徴的な例えですが…。
あらゆる分野で言えることです。

エピローグ

きょうは，先生も神様も出番のないほど”シリアスな”問題でした。
次回はどうなることやら…？

次回は，「式の形から１次関数を判別する問題」での諸問題を扱います。
式をｙ＝～の形に変形する必要上，等式変形が必須となります。
このシーンでは，抱腹絶倒，空前絶後の珍答が現れます。

次回をお楽しみに…

意味を使って解く方法を教える数専ゼミの数学教室です。

数専ゼミ・山形東原教室
〒990－0034　山形市東原町二丁目10番8号
TEL:(023)633－1086　／　FAX.(023)633－1094
メールアドレス：　suusen@seagreen.ocn.ne.jp