

数学の教え方 013

▶ 2023.10.7(土)

【中学2年数学】

連立方程式

「鉄橋の問題」の指導(1/2)

鉄橋の問題 – 連立方程式で解く

一定の速さで走っている列車があり、この列車が250mの鉄橋を渡りはじめてから渡り終るまでに25秒かかり、1070mのトンネルを通過するとき、まったくかくれていたのは35秒間であったという。

この列車の速さを毎秒 x m、列車の長さを y mとして、 x 、 y の値を求めなさい。

「鉄橋、トンネル、 x 、 y …求めなさい」

こういう文字を見るだけで、とどきどきし、頭の中が真っ白になる生徒がけっこういます。

「速さ」という文字を見るだけで拒否反応を示す生徒すらいます。(*^_^*)

小学校から苦しめられてきた単元です。

よ〜く、わかりますが…。

「は・じ・き」などというものをふりまわして「解決」しようとするからますます分からなくなるのですよ…！

きょうは、分からない生徒もたまげて、思わず分かるようになること必定の連立方程式・文章題「鉄橋の問題」の問題の指導法と教材を紹介します。

「動点問題」としての鉄橋の問題

「動点問題」の典型は1次関数や2次関数の「動点と面積・体積」の問題ですが…方程式にも「動点問題」に似た問題があります。

「鉄橋、あるいはトンネルの問題」といわれる問題です。

似ているというのは解法の類似点をいいます。

関数の「動点問題」は、条件にあう変域で点を止めます。

そこで、あたかも固定した図形のようにして面積や体積を x を使って表現する、ということに解法の鍵があります。

「動点問題」としての「鉄橋の問題（方程式）」の特殊性は

鉄橋と列車との位置関係により、列車の走行距離が変わる、ということにあります。

それに応じて、たし算であったりひき算であったり、あるいはなにもしなかったりします。

「鉄橋の問題」は、鉄橋と列車との位置関係により、次のような3種類の型に分類できます。

- (1) 列車が鉄橋に入り始めてから、渡りきるまでの問題
- (2) 列車が鉄橋の上にいるときだけの問題。
- (3) 列車が鉄橋を渡り始めてから鉄橋を出る瞬間までの問題

それぞれの問題では、列車の移動する距離の計算方法が異なります。

「点」の移動に注目させます

列車の長さ（線分）に目が張り付いている間は、これらの列車の走行距離は見えてきません。列車の長さ（線分）が2次元の量だから、その軌跡を追うことがきわめて困難であることが原因です。

そこで、列車の走行を1次元の量である「**点**」に還元して認識したらどうか、という発想が生まれます。

線や面など2次元の量は、1次元の量の比べて認識しにくいことは明かです。

だから、2次元の量を1次元の量に還元して考えると、数学が苦手な生徒でも容易に理解できます。

つまり、「列車の先頭の1点に注目させる」ということです。

例えば、(1)の条件下では、

列車が鉄橋に入り始めてから、渡りきるまで、列車の先頭の点がどこからどこまで動くかを押さえさせます。

これは列車という線（2次元量）ではなく、点（1次元量）の軌跡を追っていることを意味します。

この技法は、平面図形における線の軌跡の面積を求める問題では、すごい威力を発揮しますが、それはまた後に論ずることになると思います…

（すごい威力というのは、分からない生徒もたまげて分かるようになるということです。）

どの単元の軌跡の問題にしても、面や線の軌跡を直感で理解することができるのは、ほんの一部の生徒にすぎず、大多数の生徒には無理な話です。

そこで、指導する側としては、「動かしてみると～になるでしょ」などと、”たわけた”ことを言わないで、

面や線の移動を点の移動としてとらえなおして考える技術を授けてあげなければなりません。

まとめと次回のテーマ

今回は、「動点問題としての鉄橋問題」の教え方の基本を述べてみました。
この教え方は、上で述べたように、鉄橋の問題だけではなく、1次関数や2次関数の動点問題、
高校数学における軌跡の問題にも使える教え方です。

このような教え方で教えると、連立方程式の鉄橋問題は、数学が苦手な生徒でも、難なく理解で
きるようになりますし、動点問題の応用力を身につけるようになります。
なによりも、生徒が“感動”します。
解き方を習得したときの”感動”は、生徒を数学好きにする原動力です。

次回は、連立方程式の鉄橋の問題に入る前に、
具体的な問題を使って、鉄橋の問題の3つの解き方の教え方を説明します。
どんな学力の生徒でも、必ず理解させることのできる教え方です。
生徒達に「鉄橋の問題の解き方の”裏技”を教えてあげる」と前振りをしてみてください。
これまで、鉄橋問題に苦しめられてきた生徒達です。
生徒達の目の色が変わります。どの生徒も、“裏技”は大好きなのです。

その後で、生徒に練習させる連立方程式の鉄橋問題を紹介します。
これは、50年間、数専ゼミの授業で実際に生徒に練習させてきた教材です。
”どの生徒にも理解できる”ことが検証されてきた教材です。

鉄橋の問題が解けるようになる数専ゼミの数学教室です。

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp