

体験学習をどうぞ 144

▶ 2023.9.17(日)

【中学3年数学】

2次関数 No.10

変化の割合とその求め方

2次関数の変化の割合の勉強に入ります。

「変化の割合」は、すでにおなじみの言葉ですね。

1次関数の変化の割合

2年の1次関数の単元で学習しました。

■ 一次関数の変化の割合

一次関数，例えば $y = 2x - 1$ では，

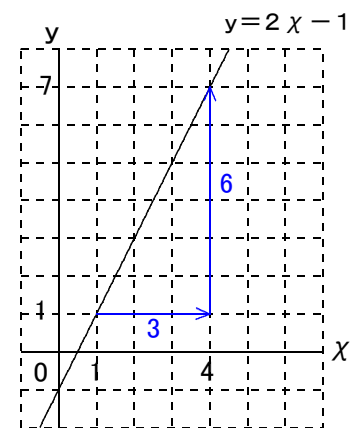
(1) 変化の割合

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = 2$$

(2) 変化の割合の特徴

- ① 変化の割合はどこをとっても同じ。
- ② この値2は，グラフでいえば，直線の傾きになっている。

一般に，一次関数 $y = ax + b$ では，変化の割合はいつも一定で，その値は x の係数に等しい。



以上が，変化の割合についての教科書的（参考書的）な説明です。

それはそうとして，変化の割合って，一言で言うと何のことでしょうか？

変化の割合を本質（概念＝意味）から理解すると，ずっと分かりやすく，応用力のある知識となります。難しい問題でも解く力がつくという意味です。

変化の割合とは，「 x が1増えたときの y の増加量」のことです。

いいですか，割合などという難しい言葉を使っていますが，要するに y の増加量のことです。

だから，変化の割合は， y の増加量を x の増加量で割ると求まります。

（この計算で， x が1増加するときの y の増加量が求まります。）

- ① 1次関数の場合は，どの x の区間でも同じ数になります。
- ② グラフでは直線の傾きを表します。
- ③ $y = ax + b$ では a のことです。

* ①，②，③は1次関数だけがもっている特殊条件です。

これらの特徴は，2次関数の変化の割合にはありません。

以上が、1次関数の変化の割合の”使える実戦的な”覚え方です。
 変化の割合を、関数的意味と図形的意味と式的意味を統一的におさえることができます。

2次関数の変化の割合

変化の割合の本質は、すべての関数で同じです。

だから、”本質”というのです。”本質”とは一般的な性質ですから。

上で紹介した「1次関数の変化の割合」の意味は、だから、そのまま、2次関数の変化の割合にも適用できます。すなわち、

2次関数の

変化の割合とは、「 χ が1増えたときの y の増加量」のことで

だから、変化の割合は、 y の増加量を χ の増加量で割ると求められます。

(この計算で、 χ が1増加するときの y の増加量が求められます。)

- ④ 2次関数の場合は、 χ の区間によって変わります。
- ⑤ グラフでは2点間の曲線を直線とみなしたときの傾きを表します。
- ⑥ $y = a\chi^2$ ($p \leq \chi \leq q$) では、 $a(p+q)$ のことで

* ④, ⑤, ⑥は2次関数だけがもっている特殊条件です。

これらの特徴は、1次関数の変化の割合にはありません。

2次関数の変化の割合については、これから具体的な問題を解きながら学習していきますが、1次関数との違いをしっかりと理解しながら学習を進めて下さい。

エピソード

2次関数の変化の割合を求める時には、意味(=本質)を使って解きます。

公式を使って解くわけではありません。

意味を使って解くときに、公式を使うのです。逆ではありません。

たとえば、

関数 $y = 2\chi^2$ において、 χ の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

(1) 1から5まで

(2) -5から-2まで

【考え方】変化の割合とは、 χ が1増えたときの y の増加量を表す。

よって、変化の割合は、次の式で求めることができる。

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{\chi \text{ の増加量}}$$

例えば、 χ が a から b まで増加したときの変化の割合は、

$$\text{変化の割合} = \frac{(\chi \text{ が } b \text{ のときの } y \text{ の値}) - (\chi \text{ が } a \text{ のときの } y \text{ の値})}{b - a}$$

(2) χ の変域が-5から-2のときは、 y の値は減少するから変化の割合は負の数になる。(グラフを考えるとよく分かる)

[考える手順]

$$\text{① } \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

$$\text{① } \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

[答 案]

$$\begin{aligned} \text{(1) 変化の割合} &= \frac{2 \times (5)^2 - 2 \times (1)^2}{5 - 1} \\ &= \frac{50 - 2}{4} = \frac{48}{4} = \underline{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2) 変化の割合} &= \frac{2 \times (-2)^2 - 2 \times (-5)^2}{-2 - (-5)} \\ &= \frac{8 - 50}{3} = \frac{-42}{3} = \underline{-14} \end{aligned}$$

【注意】 x の増加量は、数直線上の「右の数－左の数」で求める。だから、分母が負になることはない。

教材には、2次関数の変化の割合を求めるすべてのパターンの問題が含まれています。また、当然、1次関数の変化の割合と比較しながら解く問題も含まれています。これだけ学習しておけば、変化の割合の“意味”については十分な理解が得られます。



中3数学・2次関数 No.10

体験学習

3 関数 $y = ax^2$ の値の変化 (その1)

■ 変化の割合とその求め方 ■

■ 「中学3年・2次関数」★ 学習計画書 ★

★スマホの機種によっては、「体験学習用教材」へのリンクができないものがあります。その場合には、PCでご覧下さい★

■ 演習問題は、数専ゼミ・山形・東原教室で個人指導を受けることができます。

■ [ブラウザのバック矢印](#)でこの文書に戻ることができます。

2次関数の基本から入試問題までていねいに学べる

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: (023)633-1086 / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp