

誤答事例集 032 [中3数学]

2次方程式

文章題(和(差)と積の問題)

▶ 2023.9.9(土)

和(差)と積の問題(誤答例)

★演習★【2】

2つの数がある。その和は7で、積は10になるという。この2数を求めなさい。

【考え方】 一方の数を x とし、数量関係を表に表すと、

| | |
|--------|---------|
| 一方 x | 和 7 |
| もう一方 | $(x-7)$ |

[考える手順]

① 未知数を定める

② 方程式を立てる

③ 方程式を解く

④ たしかめ

⑤ 答を書く

[答 案]

一方の数を x とするともう一方の数は $(x-7)$ と表される。

2数の積の関係を表す等式を作ると、

$$x(x-7) = 10$$

これを解いて

$$x^2 - 7x = 10$$

$$x^2 - 7x - 10 = 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 1 \times (-10)}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 40}}{2}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{89}}{2}$$

省略

答 $\frac{7+\sqrt{89}}{2}$ と $\frac{-7+\sqrt{89}}{2}$ と $\frac{7-\sqrt{89}}{2}$ と $\frac{-7-\sqrt{89}}{2}$

【注意】 このように、答えが見かけ上、一組のようになる場合もあります。

見た瞬間に×

中学生の問題ですので、答えが複雑すぎます。この点から、どこがおかしいのではないか、と思わなければなりません。

しかも、この部分からはわからないのですが、
プリントのヘッドには、タイトルとして”**整数**の問題(その1)”とあります。
さらに、プリントに一番下には、次のようなコメントが入っています。

【注意】このように、答えが見かけ上、一組のようになる場合もあります。

問題プリントには、このように、いくつかの”ガイド”が入っていますから、これらのガイドに合わない答えが出てきたら、答案を提出する前に、再考すべきです。

数値の図化

問題文を図に表して解く、という”手”は難問を解くときには役に立つとはよく言われます。確かにその通りなのですが、図を描きまちがえると”悲惨”です。特殊な図で、図のどこにどんな量をかかかか決まっている図ですと、描きまちがえるということはめったにないのですが、どこに何をかいてもいいという図の場合は、図をかくこと自体が難しくなります。図をかいたためにまちがえることすらあります。

この典型例が、上の誤答答案の場合です。

問題の中の数値の関係を視覚化するためのテープ図が与えられています。

答案の図のおかしなところは”和”の位置です。

”和”の位置は、テープ図の場合は負はないわけですから、他の2つの量を合わせた位置になければなりません。たとえば、

| | |
|----|----|
| 一方 | 他方 |
| 和 | |

一方の数を x とすると、問題の中の数値の関係は、次の図で視覚化されることとなります。

| | |
|-------|-----------|
| ① x | ③ $7 - x$ |
| ② 7 | |

* 数字は考える順序です。

この図を、次のようにかいている生徒もおります。

| | |
|-------------|-----|
| 小 x | 和 7 |
| 大 $(7 - x)$ | |

この場合は、図に関係なく正解しています。

しかし、この図ですと、”和7”ではなく、”差7”を表します。
また、 $x < 7 - x$ とは限りません。 x の値によっては $x > 7 - x$ の場合もあります。
(たとえば、 $x = 5$ の場合は他方は2。)
図の小 x 、大 $(7 - x)$ というのは正確ではありません。

”和”とは何か

問題は、和とか差などの意味が分かっているかどうかということです。
「和とは何ですか」と聞くと、ふつう“たし算のことです”と答えます。
当然、差とは引き算のことです、と答えます。
和や差の意味をこのように理解しているかぎり、上のような図は正しくはかけません。

和というのはたし算ではなく、たし算の**答え**のことです。だから、上の図では、2つのテープの長さを”足した長さ”が和になります。

上のまちがいを、単なる図の描き方のまちがいとみてはいけません。
和の意味がわかっていないことが原因のまちがいなのです。

数学は、言葉の意味を正確に覚えることで、問題を正確に解く力と応用する力がつきます。

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp