

体験学習をどうぞ 138

▶ 2023. 8. 27(日)

【中学3年数学】

2次方程式 No. 17

解の公式：解が無理数の場合

2次方程式の解法－学習計画

「2次方程式の解法の全体のしくみ」を確認しておきます。
Essay_402で紹介したように、「2次方程式の解法」は4種類あります。

- ① 因数分解を利用した解き方
- ② 平方根の考え方を使った解き方
- ③ 平方完成の解き方
- ④ **解の公式を使った解き方** ◀ 今回

「④解の公式を使った解き方」の学習計画

「④解の公式を使った解き方」では、次の3つの学習をします。

- No. 16 解の公式を導く ◀ 前回 (Essay_442) の学習
- No. 17 **一般形の2次方程式① (解が無理数の場合)** ◀ 今回 (Essay_443) の学習
- No. 18 一般形の2次方程式② (解が有理数の場合)

【注】2次方程式の一般形とは、 $a x^2 + b x + c = 0$ の形をした等式です。

解の公式を使って2次方程式の解を求めるとき、解が無理数になるのが一般です。

無理数の中が平方数になると、解は有理数になりますから、こちらが特殊になります。

④解の公式を使った解き方(解が無理数の場合)

問題例です。

次の2次方程式を解の公式を使って解きなさい。
 $2 x^2 - 6 x + 1 = 0$

【考え方】2次方程式 $a x^2 + b x + c = 0$ の定数 a , b , c が問題の式ではどんな数値にあたるか確かめて、それらを解の公式に代入する。

【解の公式】

$a x^2 + b x + c = 0$ (a , b , c は定数, $a \neq 0$) で

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

[考える手順]

1 係数を確認する

2 係数を公式に代入

[答 案]

$$2x^2 - 6x + 1 = 0$$

$a = 2$, $b = -6$, $c = 1$ であるから

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{28}}{4}$$

$$= \frac{6 \pm 2\sqrt{7}}{4}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$$

◀ 根号内は最も簡単な整数にする

◀ 解は約分しておく

【約分について】約分できるのは、分母と分子の3つの整数が公約数をもつときだけで、そのときは1回で同時に約分する。

2次方程式の解の公式の使い方(鉄則)

これからの長い2次方程式との”おつきあい”のために、解の公式を使うときの条件をしっかりと覚えておきましょう。

”解の公式は、 $ax^2 + bx + c = 0$ で、 $a \neq 0$ かつ $a > 0$ の場合にのみ使える。”
 $a = 0$ のときは、1次方程式になるので、解の公式など問題外です。
 また、 $a < 0$ のときは、両辺に -1 をかけて $a > 0$ にして解の公式を使う。

だから、

$-2x^2 + 6x - 1 = 0$ を、このままの形で解の公式を使うと、

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times (-2) \times (-1)}}{2 \times (-2)} = \frac{3 \mp \sqrt{7}}{2}$$

となります。みたことのない符号が現れます。複合同順を表す記号ですが、ようするに、正負の符号が逆になってしまうのですね。みたことない符号だからといって、これを勝手に±に書きかえてはいけません。解が変わってしまいます。

「 $a < 0$ のときは、両辺に -1 をかけて $a > 0$ にして解の公式を使う。」というルールは、絶対に守らなければならないルールです。

平方完成のときは、 x^2 の係数は必ず1にしましたが、解の公式では x^2 の係数は1以外の整数でも分数でも小数でも可能です。正であればなんでも可能です。

このへんも混乱している人がでますので、わからなくなったら、きちんと前に戻って確認してから次へ進みましょう。

通分型分数の約分

このタイプの問題で、もうひとつ注意すべき大切なことがあります。

上の2次方程式の解を、 $\frac{6 \pm \sqrt{7}}{2}$ や $\frac{3 \pm 2\sqrt{7}}{2}$ と答える人が出ます。必ず出ます。

これは、分数の約分規則のまちがいです。
 具体例で、なぜまちがなのかを考えてみましょう。

* 学習資料

文字式の約分のしかた

A : $\frac{4}{6} + \frac{5}{6} = \frac{4+5}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ この計算は正しい。

$\frac{4}{6} + \frac{5}{6} = \frac{\overset{2}{\cancel{4}} + \overset{4}{5}}{\underset{3}{\cancel{6}}} = \frac{7}{3}$ 同じ計算をしたのに答が違う???

どこが間違っていますか？

↑ 分母の6と分子の5は約分してないのに $\frac{5}{3}$ になっています。ここが間違っています。

B : $\frac{4}{6} + \frac{8}{6} = \frac{4+8}{6} = \frac{12}{6} = \frac{2}{1} = 2$ この計算は正しい。

$\frac{4}{6} + \frac{8}{6} = \frac{\overset{2}{\cancel{4}} + \overset{4}{\cancel{8}}}{\underset{3}{\cancel{6}}} = \frac{6}{3} = \frac{2}{1} = 2$ 同じ答になった

* このように、分母の6と分子の4、分母の6と分子の8
 を共通の約数である3でわると、正しい約分ができます。
 注意することは、4と8と6を同時に共通の約数でわる
 ということです。

★

■ 文字式の場合も同じように考えます。

A : $\frac{4a}{6} + \frac{5b}{6} = \frac{4a+5b}{6}$ これは約分できません。

B : $\frac{4a}{6} + \frac{8b}{6} = \frac{\overset{2}{\cancel{4}a} + \overset{4}{\cancel{8}b}}{\underset{3}{\cancel{6}}} = \frac{2a+4b}{3}$

* 分子の多項式のそれぞれの項と分母が共通な約数をもっているとき、その約数で3数を同時に約分します。



中3数学・2次方程式 No.17

体験学習

2 解の公式を使って解く(その1)

■ 解が無理数の2次方程式 ■

■ 「中学3年・2次方程式」★ 学習計画書 ★

★スマホの機種によっては、「体験学習用教材」へのリンクができないものがあります。その場合には、PCでご覧下さい★

■ 演習問題は、数専ゼミ・山形・東原教室で個人指導を受けることができます。

■ [ブラウザのバック矢印](#)でこの文書に戻ることができます。