

体験学習をどうぞ 137

▶ 2023. 8. 26 (土)

【中学3年数学】

2次方程式 No. 16

解の公式

2次方程式の解法－学習計画

「2次方程式の解法の全体のしくみ」を確認しておきます。

Essay_402で紹介したように、「2次方程式の解法」は4種類あります。

- ① 因数分解を利用した解き方
- ② 平方根の考え方を使った解き方
- ③ 平方完成の解き方
- ④ **解の公式を使った解き方** ◀ 今回

「④解の公式を使った解き方」の学習計画

「④解の公式を使った解き方」では、次の3つの学習をします。

No. 16 **解の公式を導く** ◀ 今回 (Essay_442) の学習

No. 17 一般形の2次方程式① (解が無理数の場合)

No. 18 一般形の2次方程式② (解が有理数の場合)

【注】2次方程式の一般形とは、 $ax^2 + bx + c = 0$ の形をした等式です。

解の公式を使って2次方程式の解を求めるとき、解が無理数になるのが一般です。

無理数の中が平方数になると、解は有理数になりますから、こちらが特殊になります。

このへんについては、No. 17, 18で詳しく学習します。

いまは、解の公式をめぐる全体の学習のしくみを理解しておいてください。

④解の公式を使った解き方

解の公式は2次方程式の解法の最も一般的な解法です。

これだけ知っていれば2次方程式は必ず解けます。

他の3つの解法を知らなくてもだれでも解けます。

しかし、解の公式を忘れたら…?

”アウト”です。

忘れてもいように準備しておくのが数学の応用力の基礎です。

”忘れたら作ればいい”だけの話です。

といっても、これからまったく新しいことを学習しようというわけではありません。

これからやることは、すでにNo.11で学習しています。

新しいところは、 x^2 の係数が1以外の数である、ということだけです。

もし、No.11の③平方完成の解き方(x の係数が奇数)に不安がある人は必ずもう一度学習しておきましょう。それをしないと、”おたおた”します。

解の公式は、係数がすべて文字です。

しかし、いきなりこの形で公式を導くのはたいへんです。

そこで、係数が具体的な整数の場合を用いて、解の公式を導く”リハーサル”を行います。

No.16(1/6)~(3/6)

その後で、”正調”解の公式を導きます。No.16(4/6)~(5/6)

そして、最後はきわめつき、

係数がとんでもない文字を使って解の公式を導き、それが正しいことを検証します。

解の公式を導く

解の公式を導く教材を紹介しましょう。

式の変形のひとつひとつに、なにをどのようにしたのかのコメントが入っています。

これを読めばだれでも解の公式を導くことができるようになります。

ただし、紙にかいて練習しないと身につけません。

プリントを見て、”わかった”では作れません。

◇《解の公式を導く》 **学力化** → / .

次の2次方程式を完全平方式をつくって解きなさい。

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a, b, c \text{ は定数}, a \neq 0)$$

【考え方】 x^2 の係数を1にすることから始めます。

[考える手順]

[答 案]

0 x^2 の係数を1にする

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

1 定数項は右辺へ移項

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

> (左辺を平方完成する)

2 x の係数の半分の2乗を、両辺にたす

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \quad \leftarrow \text{等式の性質}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \quad \leftarrow \text{左辺は因数分解, 右辺は計算}$$

> (方程式を解く)

3 ()の平方根をとる

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \leftarrow \text{右辺は有理化する}$$

4 x の値を求める

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \leftarrow \text{左辺の定数項を右辺へ移項}$$

▲ 右辺から移項した数字は±の前に書く

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \blacktriangleleft \text{分数は通分した形に直しておく}$$

【右辺の和の計算】

$$\begin{aligned} -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\ &= -\frac{4ac}{4a^2} + \frac{b^2}{4a^2} \\ &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \end{aligned}$$

★知識の整理★

$ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c は定数, $a \neq 0$)は、
2次方程式の一般の形であるから、これを解いた

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

もまた、すべての2次方程式の解を一般的に表している。

これを、2次方程式の **解の公式** と言います。

【解の公式】

$ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c は定数, $a \neq 0$)で

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

エピローグ

今回は、2次方程式の解の公式を使って、2次方程式の解を求めてみます。

No. 17 一般形の2次方程式① (解が無理数の場合)

No. 18 一般形の2次方程式② (解が有理数の場合)



中3数学・2次方程式 No. 16

1 解の公式を導く

体験学習

■ 「中学3年・2次方程式」★ 学習計画書 ★

★スマホの機種によっては、「体験学習用教材」へのリンクができないものがあります。その場合には、PCでご覧下さい★

■ 演習問題は、数専ゼミ・山形・東原教室で個人指導を受けることができます。

■ [ブラウザのバック矢印](#)でこの文書に戻ることができます。