

誤答事例集 029 [中3数学]

2次方程式

文章題(動点と面積の問題)

▶ 2023. 8. 25 (金)

動点と面積の問題(誤答例)

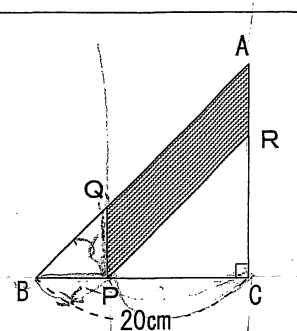
◇ 《動点と面積の問題/直角二等辺三角形》

★演習★【3】《C・B・A》

右の図のような直角二等辺三角形ABCで、点PがBC上をBからCへ向かって動く。

このとき、点Pを通過して、AC、ABに平行線をひいた直線がAB、ACと交わる点をQ、Rとする。

いま、点PがBを出発してから何cmのときに、平行四辺形PRAQの面積が96cm²になりますか。



学力化 < / [], / [], / [] >

★

【考え方】平行四辺形PRAQの底辺はQP、高さはCPです。

$\triangle ABC \sim \triangle QBP$ ($\triangle ABC$ 相似 $\triangle QBP$ と読み、2つ三角形の大きさは異なるが形は同じ図形であることを意味します。よって、 $\triangle QBP$ も直角二等辺三角形となり、 $PQ = PB$ となります。)

[答 案]

①未知数(x)を決める

x cmのときに平行四辺形PRAQの面積が96cm²になるとする。

②2次方程式を立てる

(平行四辺形PRAQの面積について)

③2次方程式を解く

$$20x - x^2 = 96$$

$$-x^2 + 20x - 96 = 0$$

$$x^2 - 20x + 96 = 0$$

$$x = [24], [-4]$$

④解を吟味する *ここでは、xの変域から解が問題に合うかどうかを調べます。

$$[-4] \leq x \leq [24] \text{より,}$$

x = [-4], [24] とともに問題に適する。

⑤答えを書く

答 [4] cmと [24] cm

* 赤い枠内がまちがっている部分です。

Handwritten student work showing calculations and a boxed answer:

$$x(20-x) = 96$$

$$-x^2 + 20x - 96 = 0$$

$$x^2 - 20x + 96 = 0$$

$$(x-24)(x+4) = 0$$

$$x = 24, x = -4$$

Boxed answer: $x = [24], [-4]$

見た瞬間に×

図を見てください。

点PはBC上をBからCへ向かって動きます。

BC間の距離は20cmです。

点PがBを出発してからの距離が x cmです。

この生徒の答案を見てください。

$x = -4$ と 24 となっており、

答を4cmと24cmとしています。

説明は不要ですね。

こんな答えはありえないわけです。

だから、こんな答えは絶対に書けないはずなのですがねえ。

まちがいやすい因数分解

さらに答案をみてください。

文章題の立式は正しいし、2次方程式の標準形のところまでは正しい。

最後の因数分解でまちがっています。

たとえ、計算のまちがいに気づかなくても、答えを書く段になって、おかしいと思い、もう一度因数分解をチェックするのがふつうの考え方ですが…。

この生徒の因数分解を詳しく分析してみましょう。

$$x^2 - 20x + 96 = 0$$

$$(x - 24)(x + 4) = 0$$

$$x = 24, -4$$

x が -24 と 4 では、差は -20 ですが、積は -96 になります。

ところが、標準形では、 x の係数が -20 で、積は $+96$ です。積の部分が合いません。

”偶然なまちがいだろう”とお思いでしょうが、このような因数分解をする生徒はけっこう出ます。まず、差の組み合わせを決め、符号を無視して積があえば安心するのですね。

このようなまちがいの”危険性”

問題の形式は、入試では”単問”に属するジャンルで、「答えだけ書きなさい。」という形式の問題です。ふつうは5点配点です。

すると、立式、2次方程式が正しく書けても、答えが間違えると0点になります。

ボーダーの人は5点差は合格、不合格の分岐点になります。

”因数分解で落ちた”では、泣くに泣けませんね。

たかが計算、されど計算

「たかが計算、されど計算」なのです。

計算を軽く見ないような日頃の学習が大切です。

では、どうすればよいかといいますと、

計算は、答案の空いている所に、大きく綺麗に書いて、残しておくことです。

事實はどうかといいますと、

計算は、答案のすみっこに、小さな数字で、薄く、雑な文字で書き、計算が終わると消しゴムで消してしまっています。

だから、間違ったとき、なぜ、どこがまちがったのか知ることはできません。

だから、同じまちがいを何回も何回も繰り返します。

上のまちがい答案をみてください。

絵にかいたような計算の書き方で、おもわず笑ってしまいました。

まちがうべくしてまちがった答案です。

何度言っても計算を消してしまう生徒もいます。

性格的なものかもしれませんが、教師としては、何度でも、できてもできなくても”計算は消さないように！”と言いつけるしか”手”はありません。

正解です

[考える手順]

① 未知数を決める

② 方程式を立てる

③ 方程式を解く

④ たしかめ

⑤ 答を書く

[答 案]

x cmのときに平行四辺形PRAQの面積が 96 cm^2 になるとする。

平行四辺形PRAQの面積の関係を求める式を作ると、

$$x(20-x)=96$$

これを解いて、

$$20x-x^2-96=0$$

$$x^2-20x+96=0$$

$$(x-8)(x-12)=0$$

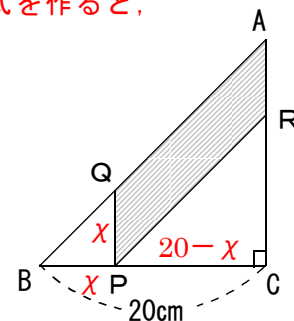
$$x=8, 12$$

$0 \leq x \leq 20$ より、

▲ここでは、 x の変域から解が問題に合うかどうかを調べます。

$x=8, 12$ ともに問題に適する。

答 8 cmと12 cm



数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: (023)633-1086 / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp