

体験学習をどうぞ 135

▶ 2023. 8. 23 (水)

【中学3年数学】

2次方程式 No. 10

平方完成の方法②

2次方程式の解法－学習計画

「2次方程式の解法の全体のしくみ」を確認しておきます。
Essay_402で紹介したように、「2次方程式の解法」は4種類あります。

- ① 因数分解を利用した解き方
- ② 平方根の考え方を使った解き方
- ③ **平方完成の解き方** ◀ 今回
- ④ 解の公式を使った解き方

「③平方完成の解き方」は2タイプあります

「③平方完成の解き方」には、次の2つのタイプがあります。

No. 9 「平方完成の作り方」

◀ No. 9 は、次の2つのタイプの解法の基礎技術の学習です。

No. 10 「 x の係数が**偶数**の場合」の解法 ◀ 今回 (Essay_438) の学習No. 11 「 x の係数が**奇数**の場合」の解法

③平方完成の解き方 (x の係数が偶数)

x の係数が偶数の場合と奇数の場合の2タイプあるのですが、どちらを先に学習するかは論理的な必然性はありません。ただ、 x の係数が偶数の方が計算が易しいので、ここでは x の係数が偶数の場合から学習を始めます。

x の係数が奇数の場合は、右辺で分数の2乗を含む正負計算が必要となり、ここでまちがえる人がかなりです。これについては、No. 11で、もう一度確認します。

問題例です。

次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 + 8x + 14 = 0$

(2) $x^2 - 6x - 40 = 0$

【考え方】 $x^2 + \underline{2ax} + \underline{a^2} = (x + a)^2$

↑
 x の係数の半分の2乗をたすと、その式は完全平方式になる。

多項式の平方の形で表される式を **完全平方式** といい、上のように
2次式に適切な数を加えて、完全平方式にすることを **平方完成** といいます。

[考える手順]

- 1 定数項は右辺へ移項
- 2 x の係数の半分の2乗を、両辺にたす
- 3 () の平方根をとる
- 4 x の値を求める

[答 案]

(1) $x^2 + 8x + 14 = 0$ ◀ $(4)^2$ はそのままにして次へ進む。左辺は因数分解するから

$x^2 + 8x = -14$ ◀ $(4)^2$ はそのままにして次へ進む。左辺は因数分解するから

$x^2 + 8x + (4)^2 = -14 + (4)^2$ ◀ 等式の性質

$(x + 4)^2 = 2$ ◀ 左辺は因数分解、右辺は計算

$x + 4 = \pm\sqrt{2}$

$x = -4 \pm\sqrt{2}$ ◀ 左辺の定数項を右辺へ移項

▲ 右辺から移項した数字は±の前に書く

- 1 定数項は右辺へ移項
- 2 x の係数の半分の2乗を、両辺にたす
- 3 () の平方根をとる
- 4 x の値を求める

(2) $x^2 - 6x - 40 = 0$

$x^2 - 6x = 40$

$x^2 - 6x + (3)^2 = 40 + (3)^2$ ◀ 等式の性質

$(x - 3)^2 = 49$ ◀ 左辺は因数分解、右辺は計算

$x - 3 = \pm 7$ ◀ 右辺が有理数になるときは、+と-のそれぞれについて計算して、 x の値を答えます。

・ $x - 3 = +7$ より、 $x = 10$

・ $x - 3 = -7$ より、 $x = -4$

よって、 $x = -4, 10$

【注】 (1) $-4 \pm\sqrt{2}$ は、 $-4 + \sqrt{2}$ と $-4 - \sqrt{2}$ をまとめて表したものです。

平方完成の原理

平方完成の原理はいたって単純なものです。つまり、
まず、①与式を $x^2 + bx = c$ の形にしておき、
次に、② x の係数の半分の2乗 を両辺にたす
だけです。

これで、左辺は()²の形、すなわち”平方完成”になります。

平方完成するときの注意事項

大切なこと、つまり、この条件がないと平方完成はできない、というのがあります。
中学数学ではあまりでてこないのですが（すこし難しい問題集には載っています）、
高校数学では、ここが平方完成の”落とし穴”になっています。

それは何かというと、

「 x^2 の係数は1に限る」というものです。

だから、 $-x^2 + \sim = \dots$ のときは、両辺に-をかけて x^2 の係数を1に変えます。

$3x^2 + \sim = \dots$ のときは、両辺を3でわって x^2 の係数を1に変えます。

この条件を頭のどこかにいれておいて下さい。

また、計算をするうえで注意することは、

平方根をとるときは、必ず±の2つ出る、ということです。

$$(x+4)^2=2$$

$$x+4=\sqrt{2}$$

$$(x-3)^2=49$$

$$x-3=7$$

のようなまちがいをする人が出ます。必ず…

「平方根の意味」を正しく覚えていないことが原因です。

たとえば、2乗すると49になる数は、 $(+7)^2=49$ 、 $(-7)^2=49$ のように±7の2つあります。

エピローグ

中3から高校にかけて、新しい言葉や記号が次々とでてきます。

ひとつひとつについて、正確に覚え、正しく使えるように気をくばりながら学習しましょう。

今回は、No.11「 x の係数が**奇数**の場合」の解法を学習します。



中3 数学・2次方程式 No.10

体験学習

3 平方完成の方法（その2）

■ x の係数が偶数の場合 ■

■「中学3年・2次方程式」★ 学習計画書 ★

★スマホの機種によっては、「体験学習用教材」へのリンクができないものがあります。その場合には、PCでご覧下さい★

■演習問題は、数専ゼミ・山形・東原教室で個人指導を受けることができます。

■[ブラウザのバック矢印](#)でこの文書に戻ることができます。

2次方程式の基本から入試問題までていねいに指導する

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: (023)633-1086 / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp