

誤答事例集 028 [中3数学]

2次方程式

解の公式を利用した解き方

▶ 2023. 8. 21 (月)

解の公式を利用した解き方(誤答例)

次の2次方程式を解の公式を使って解きなさい。

(1) $6x^2 + x - 1 = 0$

 $a = 6, b = 1, c = -1$ であるから

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 6 \times (-1)}}{2 \times 6}$$

$1 + 24 = 25$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{12}$$

$$x = \frac{-1 \pm 5}{12}$$

$$x = -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$$

(2) $18x - 16x^2 - 5 = 0$

 $a = 18, b = -16, c = -5$ であるから

$$x = \frac{16 \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \times 18 \times (-5)}}{2 \times 18}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 96 \\ 160 \\ \hline 256 \end{array} \quad \begin{array}{r} 18 \\ \times 20 \\ \hline 00 \\ 360 \\ \hline 360 \end{array} \quad \begin{array}{r} 256 \\ + 360 \\ \hline 616 \end{array}$$

$$x = \frac{16 \pm \sqrt{616}}{36}$$

$256 + 360 = 616$

$$x = \frac{16 \pm 2\sqrt{154}}{36}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 616} \\ \underline{2} 308 \\ 2 \overline{) 308} \\ \underline{2} 154 \\ 7 \overline{) 154} \\ \underline{7} 77 \\ 11 \end{array} \quad \begin{array}{r} 14 \\ \times 11 \\ \hline 14 \\ 154 \\ \hline 154 \end{array}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{154}}{18}$$

(2) がまちがいです。

わりとあるまちがいです。

”おもいこみ”によるまちがい

ここまでは、解の公式の適用練習は13題やってきましたが、

問題の式の形は標準形 ($ax^2 + bx + c = 0$)、つまり上の問題の(1)の形だけでした。

14 題目として上の(2)の式の形がでてくるわけです。

これは、2次方程式とは $a x^2 + b x + c = 0$ という形をしている、という”おもいこみ”を打ち砕く問題といえます。

こうした”おもいこみ”をいだいている生徒というのはけっこういるので、上の(2)のようなまちがいをする生徒がそれなりに出てくるわけです。

”変な解”がでてきたとき…

上のまちがいの答案では、解がかなり複雑な値になっております。

数学の苦手な生徒ですと、もうはなから投げて先生に聞いてくるのですが、数学に自信をもっている生徒は、上のように強引に最後までもっていきます。出てきた解の複雑さは気にしません。

答案を出してきた生徒にきいてみました。

先生：「この解ですけどねえ。複雑だとは思いませんでしたか？」

ちなみに、これまでの13題の解で根号の中が3桁のものはでていません。

生徒：「…」

”なんのことだろう？”という顔です。

もっとも、これまでに、解の公式を証明させ、

$$p x^2 + \frac{t}{3} x + u = 0 \quad (p, t, u \text{ は定数, } p \neq 0)$$

のような2次方程式の解を平方完成の方法で求めさせてきているので、上の(2)のような問題は”屁でもない”んでしょうが…。

2次方程式の解の公式の使い方(鉄則)

これからの長い2次方程式との”おつきあい”のために、ここでは、解の公式を使うときのきつい条件をしっかりと教えておく必要があります。

”解の公式は、 $a x^2 + b x + c = 0$ で、 $a \neq 0$ かつ $a > 0$ の場合にのみ使える。”
 $a = 0$ のときは、1次方程式になるので、解の公式など問題外です。
 また、 $a < 0$ のときは、両辺に -1 をかけて $a > 0$ にして解の公式を使う。

この知識の欠如が上の(2)のようなまちがいを引き起こします。

だから、2次方程式の本質的知識を欠いているので、看過できないまちがいなのです。

”勘違い”ですませてはならないまちがいです。

この解の公式の使い方を再度確認させておく必要があります。

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: (023)633-1086 / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp