

## 誤答分析集003

▶ 2023. 8. 9 (水)

【中学3年数学】

多項式

「平方公式」の指導をめぐって

## フロローグ

$(x - a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$  を「平方公式」といいます。

ごくふつうの、何の変哲もない展開公式のように見えますが、実際に授業の中でこの問題をやらせると、信じられないような答案が返ってきます。

しかも、それらの答案はすべて理路整然とした理由をもっているところにこの問題の指導の難しさがあるように思えます（指導法の反省が必要という意味で）。

まずは、多くの生徒達にふつうに見られる間違いの例から。

## 生徒はこんな間違いをする

$$(1) (xy - 50z)^2 = xy^2 - 100xyz + 250z^2$$

$$(2) (5a - 2)^2 = 5a^2 - 20a - 4$$

$$(3) (-x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$(4) (-2y - 5b)^2 = 4y^2 + 20y + 25b^2$$

$$(5) (3x - y)^2 = 9x^2 - y^2 - 6xy$$

## 算数レベルの間違い

まず、ベーシックな間違いから。

平方公式とは関係のない部分での間違いもけっこうあります。

$$(1) (xy - 50z)^2 = xy^2 - 100xyz + \underline{250z^2}$$

\*単なる  $50 \times 50 = 2500$  の間違いです。

$$(30m + n)^2 = \underline{90m^2} + 60mn + n^2$$

小数の2乗になると間違いがぐっと増えます。殊に、真小数の2乗の場合…

$$(0.02)^2 = 0.04, \quad (0.01)^2 = 0.01 \text{ など…}$$

このような間違いをする生徒は、不注意ではなく、小数点の打ち方についての正しい思考プロセスが形成されていないことが原因ですから、計算プロセスを1ステップずつ正しいものに矯正し

ていく必要があります。

ドリルをやらせて”はいおしまい”では、何回も同じ間違いを繰り返します。

## 平方公式の意味がわかっていない！

$$(2) (5a - 2)^2 = \underline{5}a^2 - 20a - \underline{4}$$

公式を使わないで展開してみます。

$$\begin{aligned} & (5a - 2)(5a - 2) \\ &= 5a \times 5a + 5a \times (-2) + 5a \times (-2) + (-2) \times (-2) \\ &= 25a^2 - 20a + 4 \end{aligned}$$

この式を展開すると  $5a^2$  とか  $-4$  などの項は出てこないことがわかります。  
平方公式、そのものの意味を理解していないためにこのような間違いをします。

同様の間違い例の紹介です。

$$(1) (xy - 50z)^2 = \underline{x}y^2 - 100xyz + 250z^2$$

$$(ab - cd)^2 = \underline{a}b^2 - 2abcd + \underline{c}d^2$$

$$(5) (3x - y)^2 = 9x^2 - y^2 - 6xy$$

これなどは、もうはなから公式を無視しています。問題外の間違いです。

このような手順の展開式を覚えてしまうと、あとで因数分解が困難になります。

展開ができればいいのではなく、応用のきく知識としてストックしておかなければなりません。

## 平方公式・差の平方の一般的思考プロセス

現象的には、平方公式(差の平方の場合)というのは次のような手順で展開することになります。

①前項を2乗した式を書く。

②引く記号(-)を書く。

記号-は「引く」であって、マイナスではないことに注意。

だから、後項は-の記号の影響を受けないので「絶対値」になります。

③前項と後項の積を2倍した積を書く。

(前項が負の数ときは、マイナスを引くことになるから+に変わる)

④たすの記号(+ )を書く。

⑤後項を2乗した式を書く。

公式は使えるようになる前に「作れるようになっておく」必要があります。

しかも、教科書にあるような特殊＝抽象的な形ではなく、一般＝具体的な形で、繰り返し平方公式の展開の練習をさせる必要があります。

一般＝具体的な形というのは、例えば、次のような形の式をいいます。

$$(3x - 2y)^2$$

$$(0.3x - 0.2y)^2$$

この2つの式を、上で紹介したような思考プロセスを意識しながら、繰り返し展開する練習をさせるといいかと思えます。

## 前項が負の場合の処理は小難しい！

$$(3) \quad (-x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$(4) \quad (-2y - 5b)^2 = 4y^2 + 20y + 25b^2$$

このタイプの問題は、少し賢いくらいでは処理できないようで、かなりの生徒が間違えます。

主たる間違いは、真ん中の項の符号や式の形です。

しかし、上にあげた一般的な思考プロセスにしたがって展開するならば、これらの困難が吸収され、だれでもすんなりと正解できるようになります。

実際に、やってみましょう。

$$(2) \quad (-x - 3)^2 =$$

$$= (-x)^2 - 2(-x)(3) + (3)^2 \quad \leftarrow \text{この式(思考プロセス)を書かせることが重要！}$$

$$= x^2 + 6x + 9$$

$$(4) \quad (-2y - 5b)^2$$

$$= (-2y)^2 - 2(-2y)(5b) + (5b)^2$$

$$= 4y^2 + 20by + 25b^2$$

指導上で大切なことは、公式を抽象的な式で与えるのではなく、一般的な具体例を使って、展開するアルゴリズムを練習させ、”手”に覚えさせるということです。

## 平方公式の思考プロセスをドリルする教材

この思考プロセスをドリルするための教材を紹介します。



中3数学・多項式 No.9

3 乗法公式 (その2)

体験学習

■ 和の平方, 差の平方② ■

■ 「中3数学・多項式」★ 学習計画書 ★

★スマホの機種によっては、「体験学習用教材」へのリンクができないものがあります。その場合には、PCでご覧下さい★

■ 演習問題は、数専ゼミ・山形・東原教室で個人指導を受けることができます。

■ ブラウザのバック矢印でこの文書に戻ることができます。