

## 誤答分析集002

▶ 2023. 8. 2 (水)

【中学3年数学】

多項式

「式の値」の指導をめぐって

## － まちがいをしない代入計算のしかた －

## フロローグ

代入計算というのは、小学校から高校まで頻繁に出てくる数学の基礎中の基礎計算技術です。だから、この「基礎中の基礎計算技術」があぶないと、数学全体の学力に決定的な影響を及ぼします。そして、あぶない人がけっこうおります。

勉強しているのに、どうしてテストの点が悪いのだろうか、という相談をよく受けますが、そうした生徒に答案を書かせると代入計算がじつにアバウトであることがわかります。

そこで、今回は、アバウトな代入計算の実例を紹介し、なぜそんなことが起こるのか、どうすればそのようなまちがいを防ぎ、正確な計算技術を身につけることができるかについて、述べてみたいと思います。

役に立ちます。是非、じっくりと精読してみてください。

数専ゼミ | 数学教育研究所 |

## 与式に数値を直接代入すると…

代入の計算問題です。

$m = -2$ ,  $n = 3$  のとき、次の式の値を求めなさい。

$$(m - n)(m - 4n) - (m + 2n)^2$$

乗法公式を使って式を展開し、同類項をまとめると、簡単な式になる。

そこへ  $m$  と  $n$  の値を代入して…

という乗法公式の利用の問題であることがだれでも見通せます。

が、これが見通せない生徒もいるんですね。

どうするかというと、もちろん、 $m$ ,  $n$  の値を直接問題の式に代入する。

ま、この程度ですと、そんなに難しいわけでないので、

乗法公式などと小難しいわざを使わなくとも解けるわな、という魂胆でしょう。

次のような答案を書いて、提出してきます。

$$\begin{aligned} & (m-n)(m-4n)-(m+2n)^2 \\ & = (-2-3)(-2-4 \times 3)(-2+2 \times 3)^2 \end{aligned}$$

しかし、これが

$$\begin{aligned} & m=2, n=-3 \text{ のとき、次の式の値を求めなさい。} \\ & (m-n)(m-4n)-(m+2n)^2 \end{aligned}$$

という問題になると、事態はもっと深刻になります。

次のような答案を書いて、提出してきます。

$$\begin{aligned} & (m-n)(m-4n)-(m+2n)^2 \\ & = (2--3)(2-4 \times -3)-(2+2 \times -3)^2 \\ & = 5 \times 14 - 16 \\ & = 54 \end{aligned}$$

と、正解してしまうことがやっかいです。

もし、答合わせだけの指導を受けるとこれは成功体験とし定着します。

上の答案は少し賢い生徒で、賢く見える生徒は、次のように計算し、しっかりと間違えます。

$$\begin{aligned} & = (2--3)(2-4 \times -3)-(2+2 \times -3)^2 \\ & = 5 \times 6 - (-12) \\ & = 30 + 12 \\ & = 42 \end{aligned}$$

×に違和感を感じ、 $2-4$ とか $2+2$ を先に計算してしまうのですね。

与えられた式に数値を直接代入して、強引に解く生徒でも、

次のような問題では、その”手”は使えません。

$$a+b=-1, ab=2 \text{ のとき、} a^2+b^2 \text{ の値を求めなさい。}$$

行き詰まります。

$a^2+b^2$  に、 $a+b$ や $ab$ など、ないではないか、と怒っております。かように、”できる”が行き詰まる【考え方】というのはあるのです。

だから、ここでは、与式を乗法公式を使って展開させ、簡単にした式に、 $m, n$ の値を代入させなくてはなりません、その生徒の幸せのために…

## 代入は文字を( )に書きかえてから…

上の問題でも少しふれていますが…  
代入にかかわるもうひとつの問題は、代入の操作そのものです。

上の問題を乗法公式を利用して展開し、簡単にすると

$$-9mn$$

となります。

ここへ $m$ 、 $n$ の値を代入する段階で

$$-9mn = -9 \times -2 \times 3$$

とする生徒が出ます。

うっそ~とお思いでしょうが、出ます。

まじめにこのように書いております。

答はもちろん54と、ちゃ~んと正解しておるから、外からは見えません。

途中計算を書く答案を作らせると、このように書いているのがわかります。

数専ゼミでは、すべての問題で、

このような思考の”ばぐ”を見逃さない書式で答案を書かせます。

代入の本質は、文字を”箱”とみなし、その中へ数を入れること、です。

だから、

$$-9mn = -9 \times ( ) \times ( )$$

と文字を( )に書きかえ、この( )の中へ、 $m$ と $n$ の値を入れさせます。

こうすると、正しい書式で代入の式を表すことができます。

答など、問題ではないのです。

どのような思考プロセスでその答を導いてきたのかを問題にします。

答があっても、思考プロセスが”ままごと”ですと、書き直させます。

それが、その本人の幸せにつながるからです。

というようなスタンスで指導することが、代入指導の要と言えます。

あ、 $a + b = -1$ 、 $ab = 2$  のとき、 $a^2 + b^2$  の値の件ですが…

クラスの7~8割は解けない…

と思います。(塾で習ったやつは別として…)

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$2ab$ を左辺へ移項して…

$$(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$$

はい、これで  $a^2 + b^2$  を  $a + b$  と  $ab$  の値を使って計算できます。

これは、中学では”やや難”問題です。

