

誤答分析集001

▶ 2023.7.31(月)

【中学3年数学】

多項式

「因数分解の公式の使い方」の指導をめぐって

先生の教え方を学ぼう

2次方程式の解法を勉強しています。

2次方程式の4つの解法のうち、「①因数分解を利用した解き方」では、とにかく、因数分解ができないと始まりません。

ところが、因数分解が怪しい生徒がけっこうおります。

まず、その辺の事情を改善しておく必要があります。

そこで、だれでも必ず因数分解できる”思考方法”の指導法を紹介します。

先生の指導法を学ぶことは、生徒の側からは、わかりやすく、かつだれにでも確実に正解を導き出す解き方を学ぶことです。

参考書からは得られない考え方を手に入れることができます。

先生の教え方を積極的に学びましょう。

どの公式を使うんだらう？

因数分解の混合問題です。

次の式を因数分解しなさい。

(1) $6x^2 + 3x$

(2) $(a - b)x + (a - b)$

(3) $x^2 + 5x + 6$

(4) $x^2 - 2x - 8$

(5) $x^2 + 8x + 16$

(6) $9x^2 - 30xy + 25y^2$

(7) $x^2 - 25$

(8) $4x^2 - 9y^2$

かなりの生徒は、式の形を見て、”なんとなく”公式を選んでいるようです。

公式選択の統一した思考手順などもっていません。だから、

$$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)(x + 4)$$

と書いて、平気で答案を出します。

$x^2 - 25$ や $4x^2 - 9y^2$ をにらんで、うなっております。

”どして、 x の項がないんだらう？印刷ミスかな？”

因数分解の公式の適用手順

共通因数を括り出すこと、3つの乗法公式の逆の利用、置きかえによる公式の利用…このへんまでが中学の因数分解です。（公立学校で…）

因数分解の困難さは、次の2つの次元で生ずるようです。
「共通因数+3つの公式」を使い分ける水準では…

(1) 与えられた多項式を見て、どの公式を使って因数分解するかの判別ができないこと。

参考書では、公式が羅列されているだけで、実際に問題を解くとき、どのような手順でこれらの公式を適用していくのかについての情報は書いてありません。

実は、この部分が一番難しいのであって、ここがいわゆる応用力の部分にあたるものなのです。応用力とは抽象的な概念ではなく、

一般性をもった問題解法における具体的な操作手順

のことです。

その操作手順はアルゴリズム的である必要はなく、ヒューリスティック的であっても十分のように思えます（生徒の様子を見ると…）。

因数分解のヒューリスティックス

生徒にヒューリスティックの手順を与えて、因数分解させる教材を開発してみました。このようなヒューリスティックの手順を使って問題を解くという訓練を受けていない生徒にとっては最初はとまどうようです。

しかし、上の下レベル（90点を超えられない生徒）にとっては、このありがたみがわかるようで、さかんにこのヒューリスティックを見ながら因数分解をしています。

90点を超えられないのはこの一般的思考法を身につけていないことが原因だから、これをもらえることはありがたいはずです。

この因数分解のヒューリスティックについては、この論考の最後に資料として掲載しておりますので、是非ご覧下さい。

生徒の困難の突破する知識

因数分解の困難さの2つ目は…

- (2) 置きかえによる因数分解で-1を括り出すことで共通因数を作り出す操作。
この前提となる $(a + b)$ などの多項式を共通因数とみなすこと。

(1) $(x + 3)^2 - 7(x + 3) + 10$

(2) $a^2 - (b - c)^2$

因数分解の学習もこの辺のまでくると、問題をにらんでうなっている生徒が目立ち始めます。手も足もでないのですね。何をしたいのかわからないのです。

上のような形の式を”びんづめ”形と呼びます。()の中身が見えるからです。
これを次のように()の中身を見えなくしてみます。

(1) ()² - 7 () + 10

(2) $a^2 - ()^2$

これを”かんづめ”形とよびます。
どうです。”かんづめ”にすると公式が見えますね。
これが「置き換え」の心理学的原理です。

こうしてあげると、生徒は”感動”します。
生徒の困難を一気に突破する知識は、生徒に限りない感動を与えます。
また、教師が”ああ、教師をしていてよかった”と感動する瞬間でもあります。
等々…

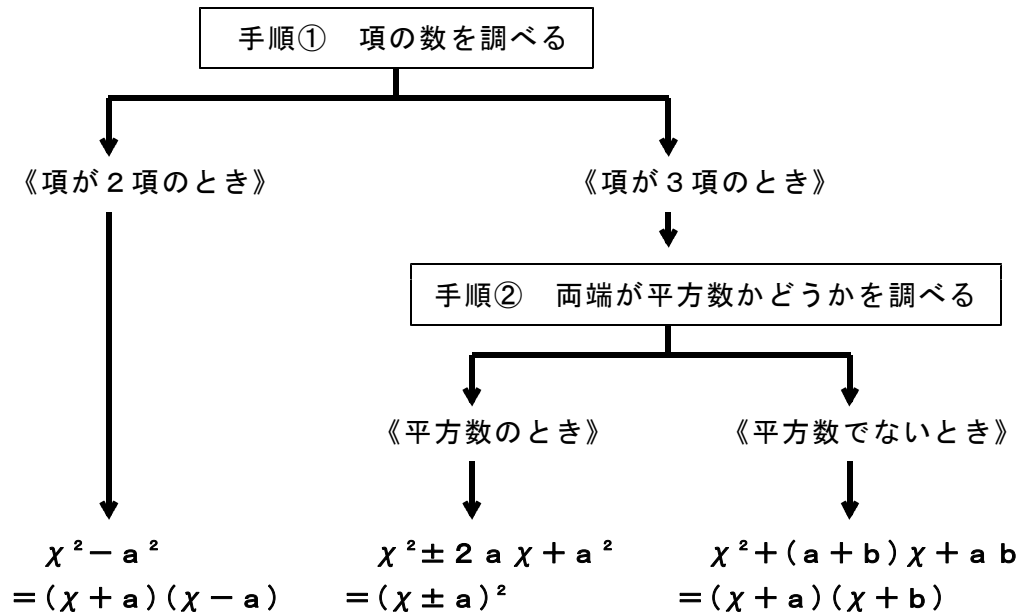
因数分解のヒューリスティクス

因数分解の手順

因数分解の問題を解くには、次の手順で考えを進めます。

【前提】 **共通因数**はくくり出しておく。

$$m a + m b = m (a + b)$$



【3】和と差の積

【2】平方公式

【1】2数の組合せを考える

(注)両端が平方数でも
平方公式ではない場合
がある。

まん中の項が
 $2 a x$

になっているかどうかを調べること。

$$(例) x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$$

$$x^2 + 13x + 36 = (x + 4)(x + 9)$$

かけて 定数項
たして x の係数

2次方程式の基本から入試問題までていねいに指導する

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: (023)633-1086 / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp