

体験学習をどうぞ 126

▶ 2023.7.30(日)

【中学3年数学】

2次方程式 No.5

式を標準形に整理して解く

2次方程式の形

2次方程式は、「次の方程式を解きなさい。」という問題の中では、いろいろな形で与えられます。例えば…

$$5x^2 - 125 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x(x-3) = -4$$

$$(x-3)(x+3) = 0$$

$$x^3 + 5x^2 = x^2(x+4) + 1$$

$$(x-2)(x-3) = 2x^2$$

$$3x(x+4) = 0$$

$$2(3x-2)^2 = 0$$

$$3x^2 = 2x(x+4)$$

$$(x-7)(x+1) = -15$$

与えられた形から直ちに解を求めることができる問題もありますが、そんなのは学習のごく初期の初期の問題だけです。少し学習が進めば、上のように、見ただけでは解を求めることができない形で与えられます。

では、どうするか。

何をめざして、何をすればいいのか。

2次方程式の解法のヒューリスティックス

これが「解き方」の”ヒューリスティックス”というものです。

言葉は難しいですが、非常に大切な考え方ですので覚えて下さい。

日本語に直すと”蓋然的過程”といいます。こちらの方がかえって難しくなります。

数学の問題を解く解く場面で言えば、”答えをだすための手順”にあたるのでしょうか。

このように考えていくと”だいたい”答えにたどりつく操作手順のことです。

”だいたい”というところが”ヒューリスティックス”で、必ず答えが出るというの”アルゴリズム”です。

2次方程式の解法のヒューリスティックスは、

- ① 所要の式を2次方程式の標準形である $ax^2 + bx + c = 0$ の形に変形する。
ここでは、等式の性質、移項、分配法則、乗法公式などの基礎を使いまくります。
- ② 左辺を因数分解する。（「①因数分解を利用した解き方」の場合）
因数分解には3つのタイプがあります。→ Essay_408
- ③ $ab = 0$ のとき、 $a = 0$ または $b = 0$ という性質を使って2つの解を求める。

今回 (No. 5 ・ Essay_410) は、この2次方程式の解法のヒューリスティクスを使う練習です。

★ ★ ★ ★ ★

2次方程式の解法－学習計画

「2次方程式の解法の全体のしくみ」を確認しておきます。

2次方程式の解法の全体です。

Essay_402で紹介したように、2次方程式の解法は4種類あります。

- ① **因数分解を利用した解き方** ◀今回
- ② 平方根の考え方を使った解き方
- ③ 平方完成の解き方
- ④ 解の公式を使った解き方

① 因数分解を利用した解き方－学習計画

次に、「① **因数分解を利用した解き方**」を思い起こしておきます。

それぞれの具体的な内容は、次のようになります。

No. 3 () () = 0 の方程式の解 ◀Essay_405

(1) $(x + 1)(x - 5) = 0$ (2) $(x - 3)(x - 4) = 0$

(3) $x(x - 6) = 0$ (4) $(x - 1)^2 = 0$

No. 4 $ax^2 + bx + c = 0$ (標準形) の方程式の解 ◀Essay_407

(1) $x^2 - 8x + 15 = 0$ (2) $x^2 - 8x - 20 = 0$

(3) $x^2 - 8x + 16 = 0$ (4) $x^2 - 8x = 0$

No. 5 式を標準形に整理して解く ◀Essay_410 (今回)

$2(x^2 - 8) = (x - 1)(x - 2)$

No. 6 方程式の係数の決定

方程式 $x^2 + ax - 3 = 0$ の解の1つは $x = 1$ である。a の値、および他の解を求めなさい。

★ ★ ★ ★ ★

No.5 式を標準形に整理して解く

このタイプの2次方程式の解き方の基本形を紹介します。

次の方程式を解きなさい。

$$2(x^2 - 8) = (x - 1)(x - 2)$$

【考え方】まず、 $ax^2 + bx + c = 0$ (標準形) の形に式を整理してから、因数分解を利用します。

また、 x の係数が1以外の数のときは、両辺を a でわって x の係数を1にしてか

ら、因数分解します。

$$(例) \quad 3x^2 - 9x - 30 = 0$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$(x + 2)(x - 5) = 0$$

◀両辺を3でわる

◀左辺を因数分解する

[考える手順]

1 標準形に整理する

2 左辺を因数分解

3 解を書く

[答 案]

$$2(x^2 - 8) = (x - 1)(x - 2)$$

$$2x^2 - 16 = x^2 - 3x + 2$$

$$x^2 + 3x - 18 = 0$$

$$(x + 6)(x - 3) = 0$$

$$x = -6, 3$$

◀両辺の()をはずす

◀ $\sim = 0$ の形にする

◀等式の成立条件は省略

「2次方程式の解法のヒューリスティックス」にそって答案を書きます。

1 所要の式を2次方程式の標準形である $ax^2 + bx + c = 0$ の形に変形します。

ここでは、分配法則、乗法公式、移項を使って標準形へ変形します。

2 左辺を因数分解します。

ここでは、かけて -18 、たして $+3$ となる2数を見つけます。

3 因数分解の式から2つの解を求めます。

「 $ab = 0$ のとき、 $a = 0$ または $b = 0$ 」という性質を使って解を求めます。

よくまちがえるときは、まず基礎を復習しよう！

ご覧のように、このタイプの方程式を解くのに、分配法則、乗法公式、移項が”基礎”となっています。この基礎があやしいと2次方程式は解けません。

2次方程式をよくまちがえる人は、この基礎の復習をしてみましょう。

エピローグ

「①因数分解を利用した解き方」のうち、

No. 5 式を標準形に整理して解く

の学習のしかたの説明は以上です。

次回は、このタイプ①の学習の最終回で、「No. 6 方程式の係数の決定」の学習をします。



中3数学・2次方程式 No. 5

体験学習

1 因数分解を利用した解き方 (その3)

■ 式を標準形に整理して解く ■

★スマホの機種によっては、体験学習へのリンクができないものがあります。その場合には、PCでご覧下さい★

■ 演習問題は、数専ゼミ・山形・東原教室で個人指導を受けることができます ■

■ 「中学3年・2次方程式」★ 学習計画書 ★

([ブラウザのバック矢印](#)でこの文書に戻ることができます。)