数学Essay_397　　　　数専ゼミ・山形東原教室

体験学習をどうぞ 120

▶ 2023.7.16(日)

【高校数学Ｂ】

漸化式と数学的帰納法　｜　S_nを含む漸化式

漸化式の第１１番目のテーマ「S_nを含む漸化式」のお勉強です。
恒例により，
漸化式を学ぶときにはいつでも，学習を始める前に，
そのタイプの漸化式の漸化式全体の中の位置を確認して下さい。

詳しくは，こちら　→ Link｜《漸化式ナビ_Ver3》｜

「S_nを含む漸化式」の式の形の特徴を覚えましょう

まず，「S_nを含む漸化式」というのはどんな式の形をしているのでしょうか。
問題が与えられたら，これは「S_nを含む漸化式」だ，と瞬時に見分ける力が必要です。
いっぱいある漸化式の中から。これは「S_nを含む漸化式」だ，
と見分けることができて初めて「S_nを含む漸化式」の解法を適用できるからです。

生徒Ａ子：「あったりまえでしょうが…」
はい，あったりまえのことをするのが”数学”ですから…
いや，あったりまえのことしかしないのが”数学”ですから…
生徒Ａ子：「うむ！
　　　　　奥が深い！」

とりあえず，「S_nを含む漸化式」の”実物”をご覧下さい。
次のようなものが「S_nを含む漸化式」です。一般形は，$a_{n+1}=S_{n+1}-S_n$，$a_1=S_1$です。

> 数列｛a_n｝の初項から第ｎ項までの和をS_nとするとき，
> $$S_n=2a_n+4n-3$$
> を満たしている。
> (1)　a_{n+1}とa_nとの関係式を求めなさい。
> (2)　一般項a_nを求めなさい。

これまで学習した漸化式の問題とはかなり違っているので，覚えやすい型といえます。
特徴といえば，数列の和が一般項で定義されている問題といえます。
一般形で表される式を使うことで漸化式を求めることができます。
この漸化式は，特性方程式型であったり，等比型であったり，ｎ乗型であったり与えられた条件

によっていろいろな型になりますが，これらは既習事項なので，できた漸化式を見ればすぐにどの型であるか判別できます。
そこで，その型の解法を使えば求める数列の一般項を求めることができます。

「S_nを含む漸化式」の解き方(前半部分)

上の問題では，問題の中に誘導条件が含まれているので，ありがたく使わせてもらいます。
つまり，
「(1) a_{n+1}とa_nとの関係式を求めなさい。」ということは，
a_{n+1}＝”a_nを含む式（漸化式）”を作りなさい，という”指示”です。

> $a_{n+1}=S_{n+1}-S_n$　ですから，
> $S_n=2a_n+4n-3$　…①
> この式のnにn＋１を代入して，$S_{n+1}=2a_{n+1}+4(n+1)-3$　…②を作り，
> ②－①を計算すると，左辺がa_{n+1}，右辺がa_{n+1}やa_nを含む式になるので，これを整理すると，指示された漸化式が求まります。

これが，このタイプの漸化式の決定的な特徴で，これ以上でもこれ以下でもありません。
つまり，この操作ができるようになれば，この型の漸化式が解けるようになった，ということになります。
以上がこの型の解法プロセスの前半部分です。

「S_nを含む漸化式」の解き方(後半部分)

漸化式ができてしまえば，前述のように，それぞれの漸化式の型の解き方に応じて一般項を求めればいいのです。
実際の解法プロセスについては，教材をご覧下さい。
詳しく説明してあります。

誘導条件がない問題

次のように誘導問題もなにもない不親切な問題もあります。

> 数列｛a_n｝の初項から第n項までの和S_nが，
> $S_n=n-2a_n$
> で表されるとき，a_nをnの式で表しなさい。

あわてることはありません。
数列の和が一般項で定義されている問題ですから，解き方は，前問と同じです。
自分のペースに合わせて，前問のような解法プロセスの答案を作ります。

漸化式の問題の解き方(一般)

漸化式の一般項を求める問題では，いつものことですが，まず，漸化式の形の違いを認識し，ど

のタイプの漸化式なのかを定めることから始めます。（《漸化式ナビ_Ver3》を利用）
次に，それぞれのタイプに応じた解法を選定します。
このような全体の解き方の流れを予め設計した後で，答案を書き始めます。

漸化式のタイプの判別とそれに応じた解法の関連づけを覚えるには…
”ランダム”に問題を解く練習をします。
たとえば，漸化式の問題をカードなどにかいて，シャッフルしてから束ねて，上のカードから順に解いていく，という学習法です。
最初はなかなかうまくいきません。
タイプの判別はできても，そのタイプの解法の全体の流れが思い出せないのですね。
そんなときは，そのつど，型の判別とその型の解き方について，学習したプリントを振り返って何回も見直し，覚え直します。**知識の体系化**です。これが応用力の源泉になります。

そのためには，《漸化式ナビ_Ver3》を一番前におき，学習したプリントを№順にファイリングしておきます。これは，漸化式の”解法事典”になります。

エピローグ

これで文系の人が学ぶべき１１のタイプの漸化式のお勉強はおしまいです。
この辺で，漸化式の型の判別と解き方の関連づけの練習もしておかなければなりません。
今回は，その方法も述べてみました。少しずつやっておきましょう。

漸化式と数学的帰納法　№１１ 体験学習	１　漸化式（その７） ■　S_nを含むを含む漸化式　■

★スマホの機種によっては，体験学習へのリンクができないものがあります。その場合には，PCでご覧下さい★

■高校数学Ｂ・「漸化式と数学的帰納法」★　学習計画書　★

（ブラウザのバック矢印でこの文書に戻ることができます。）