

## 誤答事例集 021〔中1数学〕

比例と反比例

解比例・反比例する量

▶ 2023.7.11(火)

## ”比例・反比例”の問題の誤答例

比例・反比例に限らず、方程式とか関数など、文章題でよく見られる誤答です。

次の関係について、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

- ①  $x$  %の食塩水300gには $y$ gの食塩が溶けている。
- ② 底辺が $x$ cm、高さが $y$ cmの三角形の面積は、 $7.5\text{cm}^2$ である。

提出された生徒の答えは次のようなものです。

- ①  $y = 300x$
- ②  $y = \frac{3.75}{x}$

①の問題には、次のようなヒントが与えられています。

【考え方】① 例えば、5%というのは、ある量の100分の5倍という意味。

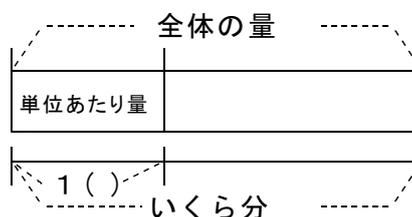
$$200\text{円}の5\%は、200\text{円} \times \frac{5}{100} = 10\text{円}$$

だから、 $x\%$ とは、 $\times \frac{x}{100}$ ということです。

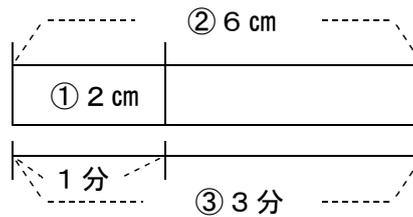
## ”濃度”の本質を可視化(構造化)した図

ヒントのように数値の問題では解けるが、文字になると解けなくなる生徒というのは多数派です。文字となると「濃度」の本質が理解できていないと立式できません。この生徒は、ヒントから食塩水の濃度は”かけ算”という”経験”が優先して答えたものと思われる。数量関係など無視しているというより、考えられないのですね。

これは、単位あたり量の構造図です。(前回の記事を参照)  
つまり、単位あたり量の本質を可視化(構造化)した図です。  
一般は、次のような図です。



この構造図を利用する際の、具体的＝一般的モデルは次のようになります。



内包量の1用法  $6 \text{ cm} \div 3 \text{ 分} = 2 \text{ cm} / \text{分}$

内包量の2用法  $2 \text{ cm} / \text{分} \times 3 \text{ 分} = 6 \text{ cm}$

内包量の3用法  $6 \text{ cm} \div 2 \text{ cm} / \text{分} = 3 \text{ 分}$

(単位あたり量を難しい言葉でいうと「内包量」といいます。  
たし算ができない量くらいの理解でいいと思います。)

ご覧のように公式は一切使いません。しかし、内包量(速さとか濃度とか密度など)のすべての問題を公式を使わないで解くことができる具体的＝一般的ツールです。

構造図の意味は、「毎分2 cmで3分動くと6 cm進む。」ということです。

問題文を読み、①に速さを書き、②に距離を書き、③に時間を書くと、

速さの公式など知らなくても、速さ(2 cm)を求めるときは、 $6 \text{ cm} \div 3 \text{ 分}$ で求め、

距離(6 cm)を求めるときは、 $2 \text{ cm} / \text{分} \times 3 \text{ 分}$ で求め、時間(3分)を求めるときは、 $6 \text{ cm} \div 2 \text{ cm}$ で求められます。

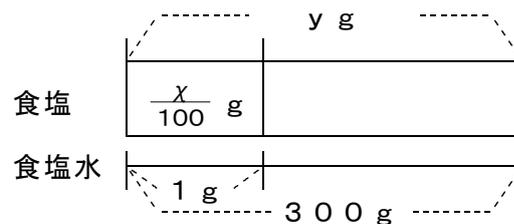
濃度も単位あたり量なので、この構造図を使って答えることができます。

濃度の本質は、「食塩水1 gあたりに含まれる食塩の量」です。

100をかけることで百分率で表現できます。

この図を使って上の濃度の問題の誤答例の問題を解いてみましょう。

「 $\chi\%$ の食塩水300 gにはy gの食塩が溶けている。」という問題を構造化します。



$$y = \frac{\chi}{100} \times 300 \quad \blacktriangleleft \text{内包量の第2用法で「全体の量」を求めるかけ算です。}$$

つまり、 $y = 3\chi$

となり、yは $\chi$ に比例していることがわかります。

この問題では、ヒントにあるように、 $\chi\%$ の意味が分からないとこの構造図は使えません。

「 $\chi\%$ とは食塩水1 gあたりに食塩が $\chi$  g含まれている」ことを表す、ということを理解していることが前提となります。

これがわかると、あとは単位あたり量一般の図を使って”自動的”に立式できます。

## あらゆる文章題は量の構造化で解ける

濃度の問題だけがこんな構造的な解き方をするのかということそうではありません。

“速さ”， “濃度”， “平均”， “確率”， さらに”三角関数”や“内積”なども含めておよそ量が存在する問題ではすべて概念の本質を表す構造があり，それを可視化する図が存在します。それを使うことで，“難問”と分類される問題が”基本問題”と同じ考え方で解くことができるようになります。構造図は難しさを”平準化”します。

本質的構造を使って解くときの，付け加えておくべき重要なことがひとつあります。

それは，上の速さの例で証明したように，公式は使わなくても問題が解ける，ということです。速さの3つの公式，濃度の3つの公式，割合の3つの公式…などの公式を使うことなく問題が解けます。

では，公式を覚えなくてもいいのかということ，逆です。

必要なときには”瞬時”に公式が言えます。問題の条件を図化した瞬間に公式も言えます。図が教えてくれるのです。

覚えてはいません。覚えても，問題を解く時にはまったく役に立たないからです。

というよりも，使う必要がないからです。

## 専門塾だからできる指導

”数学専門塾”というのは，

”問題をいっぱい解かせて”力をつけさせるのではなく，

上に紹介したような最も科学的で，学習心理学にそった考え方で解かせることによって，

より少ない学習量で，より広く，よりレベルの高い問題が解ける技術（応用力）を身につけさせる指導をする塾という意味です。

その辺の書店で売っている市販参考書と同じ問題の解き方を教えている塾など，そんな塾で習う意味はありません。時間とお金の無駄です。

そんなもんなら，1000円ほどの参考書を使って自分で学習できますから…。

比例・反比例をめぐる問題の誤答例は，いくらでも出てきます。

公式にたよっている人がほとんどであるため，なぜ，そのような答えになるのかがよくわからない誤答がいくらでも出てくるのです。

上の誤答の②の三角形の面積の“誤解”については，次回になります。

これは10人中7，8人は間違える”難しい”問題です。その原因と対策を詳しく考えます。



中1数学・比例と反比例 No.34

**体験学習**

**1** 比例と反比例

■ 比例・反比例する量① ■

★スマホの機種によっては，体験学習へのリンクができないものがあります。その場合には，PCでご覧下さい★

**■ 演習問題は，数専ゼミ・山形・東原教室で個人指導を受けることができます ■**

■ 「中1数学・比例と反比例」★ 学習計画書 ★

([ブラウザのバック矢印](#)でこの文書に戻ることができます。)