

誤答事例集 019【中1数学】

比例と反比例

解比例・反比例する量

▶ 2023.7.9(日)

問題文の数量関係を式に表すこと

文章を読んで、数量関係を式に表すことは、数学の基本です。

中1の文字式、方程式、比例・反比例、あるいは平面図形・空間図形などなど…
もちろん、中2、中3、高校数学…とずっと続きます。

この能力は、だから、テストなどで数学の点数を左右する非常に重要な能力といえます。
数学力の土台です。

立式できる人とできない人の差は？

しかし、この能力は、何か、公式を覚えれば身につくというものでもありません。
では、このような文章を式で表す能力の高い生徒がいるのか、といいますと、
彼らは概念(意味)を使って数量関係を構造化して理解しているからです。
しかし、自分が概念を構造化しているという意識はありません。
結果として、そのような考えていると判断されるのです。

だから、概念の構造化ができれば、
だれにも文章題を解く力は身につけることができるということです。

ただ、この概念の構造化というのは、その人の性格も影響するように思われます。
できないのではなく、しようとなし、というのが正確な表現かもしれません。
つまり、公式があって、それに数量をあてはめて式を作る、ということが文章題を解くことだと
盲信している生徒に、概念の構造化など小難しいことをいっても受け入れてもらえません。
押しつけると、”学校の教え方とちがう”などと言って、塾をやめてしまいます。
そこが、その生徒の数学力の限界といえます。
そういう生徒は、どれだけ勉強しても、数学の成績は絶対に伸びません。
概念的思考を必要としない数学などありえないからです。

”割合”の問題の誤答例

前置きが長くなりましたが、ここで、文章を数式に置きかえる問題のまちがい例です。

問題：200 g に対する 20 g の割合は何%ですか。

答案：式 $200 \div 20 = 10$ 答え 10%

答えだけしかみない学生教師はこの答案に対して○を与えます。

この答案を書いた生徒は、

割合を求める公式は、

比べられる量 ÷ もとにする量 = 割合

だから、わり算で求めればいい、

と考えています。

比べられる量とかもとにする量とか割合という概念（意味）はまったく考えていません。

概念的な思考ができていません。

ただ、 $20 \div 200 = 0.1$ (%) という数値は、“違和感”を与える数値で、こんな答えになるはずはないと頭から決めつけています。

(ここでも「百分率」という概念を無視して考えています。)

”正解”とその考え方

正解は、次のようになります。

量を構造化します。

200 g に対する 20 g の割合は何%ですか。

▲「に対する」という言葉が「もとにする量」を見つける際のメルクマールです。
メルクマールの直前の量が「もとにする量」になっています。(これは日本語のしくみです。)
なお、「もとにする量」を見つけるメルクマールは3種類あります。

《割合の一般的構造》

比べられる量	(割合)
もとにする量	1

比べられる量 ÷ もとにする量 = 割合

小数 × 100 = * %

《割合のこの問題の構造》

20 g	(X)
200 g	1

式 $20 \text{ g} \div 200 \text{ g} = 0.1 \text{ (g/g)}$

$0.1 \times 100 = \underline{10 \text{ (\%)}}$

割合の問題を解くための2つの”基礎”

このように問題文を構造化して、図から式を立てて答えを導くためには、

次の2つの”基礎”を学ばなければなりません。

- ① 「もとにする量」のを見つけ方
- ② 構造図（テープ図といいます）の使い方

ここで、前述のようなこの【考え方】についてこれない生徒が出ます。

「教科書や参考書の解き方と違うわ!」というわけで塾をやめます。

割合の本質を使った一般的(=最も応用力の広い)解法を捨てます。

当然、中学、高校の方程式や関数などで割合の問題が解けないことになります。

やめていく生徒の後ろ姿をみながら”かわいそうに”と思います。

あらゆる文章題は量の構造化で解ける

割合だけがこんな構造的な解き方をするのかということではありません。

“速さ”，”濃度”，”平均”，”確率”，さらに”三角関数”や“内積”なども含めておよそ量が存在する問題ではすべて概念の本質を表す構造があり，それを可視化する図が存在します。それを使うことで，“難問”と分類される問題が”基本問題”と同じ考え方で解くことができるようになります。

本質的構造を使って解くときの，付け加えておくべき重要なことがひとつあります。

それは，公式は使わなくても問題が解ける，ということです。

速さの3つの公式，濃度の3つの公式，割合の3つの公式…どの公式を使うことなく問題が解けます。

では，公式を覚えなくてもいいのかということ，逆です。

必要なときには”瞬時”に公式が言えます。問題の条件を図化した瞬間に公式も言えます。図が教えてくれるのです。

覚えてはいけません。覚えても，問題を解く時にはまったく役に立たないからです。というよりも，使う必要がないからです。

専門塾だからできる指導

”数学専門塾”というのは，

”問題をいっぱい解かせて”力をつけさせるのではなく，

このような最も科学的で，学習心理学にそった考え方で解かせることによって，

より少ない学習量で，より広く，レベルの高い問題が解ける技術（応用力）を身につけさせる指導をする塾という意味です。

その辺の書店で売っている市販参考書と同じ問題の解き方を教えている塾など，そこで習う意味がありません。時間とお金の無駄です。

1000円ほどの参考書を使って自分で学習できますから…。

もとにする量の見つけ方とその練習教材を紹介しておきましょう。小5「割合」の教材です。

比例・反比例の誤答例を紹介するまえに今回は枚数がなくなりました。

比例・反比例の誤答例は，次回に必ず紹介します。



小5算数・百分率とグラフ No.5

体験学習

1 割合の基本（その2）

■ もとにする量の見つけ方④ ■

★スマホの機種によっては，体験学習へのリンクができないものがあります。その場合には，PCでご覧下さい★

■ 演習問題は，数専ゼミ・山形・東原教室で個人指導を受けることができます ■

■ 「小5算数・百分率とグラフ」★ 学習計画書 ★

([ブラウザのバック矢印](#)でこの文書に戻ることができます。)