

誤答事例集 017(中3数学)

2次方程式

2次方程式の解き方

▶ 2023.6.27(火)

平方完成の方法で解く(誤答例)

◇《平方完成の方法で解く(χの係数が奇数)》**学力化**→ /

★演習★【1】

次の方程式を平方完成によって解きなさい。

(1) $x^2 + 5x - 3 = 0$

(2) $x^2 + 4 = 7x$

[答 案]

(1) $x^2 + 5x - 3 = 0$

$x^2 + 5x = 3$

> (左辺を平方完成する)

$x^2 + 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 3 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$

$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{37}{4}$

> (方程式を解く)

$x + \frac{5}{2} = \pm \sqrt{\frac{37}{4}}$

$x + \frac{5}{2} = \pm \frac{\sqrt{37}}{2}$

$x = -\frac{5}{2} \pm \frac{\sqrt{37}}{2}$

$x = -\frac{5 \pm \sqrt{37}}{2}$

(2) $x^2 + 4 = 7x$

$x^2 - 7x = -4$

> (左辺を平方完成する)

$x^2 - 7x + \left(\frac{7}{2}\right)^2 = -4 + \left(\frac{7}{2}\right)^2$

$\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{33}{4}$

> (方程式を解く)

$x - \frac{7}{2} = \pm \sqrt{\frac{33}{4}}$

$x - \frac{7}{2} = \pm \frac{\sqrt{33}}{2}$...まちがい①

$x = -\frac{7}{2} \pm \frac{\sqrt{33}}{2}$...まちがい②

$x = -\frac{7 \pm \sqrt{33}}{2}$

2次方程式の4つの解き方

2次方程式の解法には、次の4種類があります。

- (1) 因数分解を利用した解き方
- (2) 平方根の考え方を使った解き方
- (3) 平方完成の方法で解く解き方

この解き方には、次の2つのタイプがあります。

- ① x の係数が偶数の場合
 - ② x の係数が奇数の場合 こちらの方がずっと難しくなります。（下に説明があります）
- (4) 解の公式を利用した解き方

「平方完成の方法で解く解き方」の誤答例とその原因

このうち、上の誤答例は「(3) 平方完成の方法で解く」の問題で、

② x の係数が奇数の場合の問題です。

このタイプの問題の難しさは、次の2点です。

- ・ 平方完成の難しさ

とくに、右辺が分数になり、通分を含む計算が難しくなり、
計算力のない生徒は、ほぼ、この部分でまちがいます。

- ・ 平方根が多項式であること

平方根をとってから定数項を移項して x の値を求めなければならないのですが、
このプロセスがけっこう複雑なので、その途中で混乱して、“我流”で計算処理をしてしま
う生徒がでます。

上の答案のまちがいはこの典型例です。

まちがい①では、両辺にマイナスをかけています。

上の誤答例のような処理は、方程式の解法にはありません。

たぶん、 $-x = \sim$ の場合に、両辺にマイナスをかけて、 $x = \sim$ を求めることと混同してい
ると思えます。

まちがい②は、平方根の意味がわかっていないことが原因です。

上の誤答例では、方程式の解法の移項の部分になりますが、移項で±などでできません。

(1) の問題を見て、根号の前に±がないことが不安になり、とりあえず±をつけている、
という感じです。何らかの計算規則を適用したわけではありません。

上の誤答答案は、Essay_384で紹介した誤答答案と同じ生徒のものです。

両方とも、平方根の意味がわかっていないことが、誤答の原因と思われます。

なお、この生徒は、数専ゼミでは“平方根”の単元はまったく学習していません。

まちがわないようにするために

対策としては、当然、平方根の意味を学ばせることです。

次の教材を復習させます。

平方根No.2 平方根の意味を映像的に習得させる。

平方根No.3 攪乱条件のもとでも、平方根の意味を正しく適用できる力をつける。

教材の実物は、上のリンクをクリックすることでご覧になれます。

それでも学力が上がらない理由

これらの復習指導は、塾では時間とれないので自宅学習になります。（教材を配布します。）

これを学習しないと、当然弱点は克服されないわけですから、頻繁に同じまちがいを繰り返すこ

とになります。つまり、学力はあがらないということです。

「塾で習っているのに…」という保護者の声を聞きますが、

事実は「習ってはいません」。

塾の指導を”拒否”しているわけですから…

誤答分析と治療指導がなぜできるのか？

弱点は”つぶす”，これが基礎力をつける原則です。

(1) そのためには、まず、弱点を見つけなければなりません。

普通は、「計算をよく間違える」とか、「文章題が解けない」程度の弱点の押さえ方しかしていません。

これでは、どのような指導をすればいいのかという指導方針が立てられません。

指導をしたとしても”蓋然的”なものになります。

暗闇に向かって鉄砲を撃っているようなもので、まぐれ当たりしかありません。

そうではなく、的確に弱点をあぶり出すためには、系統的かつスモールステップで構成・配列された教材を前から順に生徒に学習させなければなりません。

ある問題をまちがえると、

その問題を解くのに必要なその前のステップで、理解していない場所が特定できます。

上の誤答例でいえば、”平方根の意味が理解できていない”ことが特定できました。

(2) 次に、その弱点を”つぶす”最適な教材の選定が必要です。

理解していないところがピンポイントで特定できれば、そこを”治療”するための教材を学習させれば弱点は”つぶせ”ます。

教材が系統的に配列されていれば、直ちにその理解していない部分の教材選ぶことが可能となります。あらためて、問題集の中から問題をさがす必要はありません。

上の誤答例では、”平方根の意味を理解していない”という弱点を”つぶす”ためには、

No.2とNo.3を復習させればよい、という指導方針が直ちに特定できました。

エピローグ

以上のように、教育は医学に非常に似ている部分があります。

教育における”教材”とは、医学における”薬”にあたります。

ある薬は、ある特定の病気にのみ効果を発揮します。

量や回数や頻度をまちがえるとその病気に対して効果がでません。

また、異なる薬を与えると危険です。

教材もまた同様な性質をもっています。

なんでもいいから問題集を勉強すれば学力が身につくわけではありません。

問題集に要求される基本的な条件は、

配列される問題の”**系統性**”と”**スモールステップ**”

という2つのキーワードです。



中3 数学・2次方程式 No.1 1

体験学習

3 平方完成の方法（その3）

■ x の係数が奇数の場合 ■

★スマホの機種によっては、体験学習へのリンクができないものがあります。その場合には、PCでご覧下さい★

■ **演習問題は、数専ゼミ・山形・東原教室で個人指導を受けることができます** ■

■ 「中3 数学・2次方程式」★ 学習計画書 ★

([ブラウザのバック矢印](#)でこの文書に戻ることができます。)

“診断的教材”でまちがいの原因をつきとめる指導

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX. (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp