

誤答事例集 015【高校数学II】

三角関数の加法定理

三角関数の最大・最小

▶ 2023. 6. 14 (水)

三角関数の最大・最小(誤答例)

三角関数を合成して関数の最大値, 最小値を求める問題の誤答例です。

◇発展演習◇【2】

関数 $y = 2 \sin x \cos x - (\sin x + \cos x) + 3$ について,

- (1) $\sin x + \cos x = t$ として, y を t で表しなさい。
- (2) t のとりうる値の範囲を求めなさい。
- (3) y の最大値と最小値を求めなさい。

【考え方】 θ が x に変わっていますが, x を θ とみなすことでまったく同じ手順で解けます。
 x に条件がついていないので, 最大値や最小値をとるとき, x の値を調べる必要はありません。

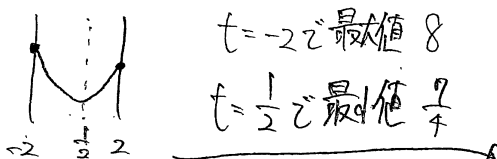
[答 案]

$$\begin{aligned} (1) \quad y &= 2 \sin x \cos x - (\sin x + \cos x) + 3 \\ &= (\sin x + \cos x)^2 - 1 - (\sin x + \cos x) + 3 \\ &= t^2 - 1 - t + 3 \\ &= t^2 - t + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\left(-\frac{5}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \\ &= \frac{32}{4} \\ &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad -1 &\leq \sin x \leq 1, \quad -1 \leq \cos x \leq 1 \text{ より} \\ -2 &\leq \sin x + \cos x \leq 2 \\ \text{ゆえに, } -2 &\leq t \leq 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad y &= t^2 - t + 2 \\ &= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \end{aligned}$$

(2)より, $-2 \leq t \leq 2$ ので,

この答案って正しいんじゃないの？

生徒 A 子：「え！？

いいんじゃないの？

どこがまちがっているの？」

うむ…

ん？

いいですねえ…

−1 ≤ sin θ ≤ 1 と −1 ≤ cos θ ≤ 1 を筆算して、

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1$$

$$+) -1 \leq \cos \theta \leq 1$$

$$-2 \leq \sin \theta + \cos \theta \leq 2$$

いいですねえ…

$$-2 \leq t \leq 2$$

”置きかえたら範囲を確認する”ということをしっかりとやっています。

ハイ！正解ですう！

といって〇をつけて答案を生徒に返す先生って、いるものでしょうかねえ…

塾などの学生講師ならありえます。

生徒 A 子：「どこがおかしいの？」

sin θ と cos θ をたすと何が求まるの？

あのねえ、

たとえ話ですが…

うさぎが3匹います。りんごが5個あります。

このとき、「うさぎ+りんご」で、数字だけ見ると3+5=8と計算できますが

この8って何者でしょうねえ？

生徒 A 子：「ん？」

8の単位は何にしますか？

生徒 A 子：「匹？

個？

匹個？」

ばっか！

ところでねえ。

sin θ って y 座標の値でしょ？

cos θ って x 座標の値でしょ？

y 座標の値と x 座標の値の和って、何を表すの？

sin θ + cos θ って、何者？

生徒 A 子：「そだよねえ！

なんだか、”わけわか”なもんだわ。」

つまり、たし算などできないのです。

生徒 A 子：「そっか，
だから合成するんだ！」
そうです，
あなた，最近，賢くなりましたねえ！
生徒 A 子：「ふん！」

置きかえた t の範囲を正しく更新できれば，上の問題は正解できますし，
実際に，「三角関数を合成てみたら…」というアドバイスで，この生徒は正解しています。
”数値”だけ見ているだけでは， $\sin \theta$ と $\cos \theta$ はたし算できます。
しかし，その和は何も表しません。

式の本質(意味)を考えることの大切さ

このまちがいは
式の表面だけではなく，その本質(意味)を見抜くことの大切さを示唆しています。



高校数学 II ・ 三角関数の加法定理 No. 1 2 s

体験学習

3 三角関数の合成 (その 2)

■ 三角関数の最大・最小 ■

★スマホの機種によっては，体験学習へのリンクができないものがあります。その場合には，PCでご覧下さい★

■演習問題は，数専ゼミ・山形・東原教室で個人指導を受けることができます■

■「高校数学 II ・ 三角関数の加法定理」★ 学習計画書 ★

(ブラウザのバック矢印でこの文書に戻ることができます。)

三角関数の最大・最小の問題を学ぶには…

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: (023)633-1086 / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp