

体験学習をどうぞ 114

▶ 2023.6.12(月)

【高校数学B】

漸化式と数学的帰納法

分数型漸化式(その2)

「分数型漸化式」の2回目のお勉強です。
 漸化式を学ぶときにはいつでも、学習を始める前に、
 そのタイプの漸化式の漸化式全体の中の位置を確認して下さい。
 詳しくは、こちら → [Link](#) | 《漸化式ナビ_Ver3》 |

「分数型漸化式」の解法パターンの全体像

「分数型漸化式」には、どんな形の式があり、どのような解法のパターンがあるかということ
 を前回に一覧表にしてまとめてありますので、まず、こちらを確認しておいて下さい。
 また、「分数型漸化式」の解法のヒューリスティックスも確認しておいて下さい。
 今回は、このヒューリスティックスにそって分数型漸化式の問題を解くプロセスを説明します。

「分数型漸化式 I 型」の解法のプロセス

漸化式の問題は、ふつう、次のような形で与えられます。

次の漸化式で決定される数列の第 n 項 a_n を求めなさい。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{4 - 6a_n}$$

1. 最初にやることは、この漸化式がどのタイプの問題かを判別することです。
 タイプによって、一般項を求める手順が異なるからです。
 これまでに学習したタイプを思い出します。→ [Essay_370](#)
 上の問題の式の特徴を読み取ります。
 「分子と分母に a_n を含む漸化式」→ 分数型漸化式
 と考えます。
2. 分数型漸化式と判別できたら、
 分数型漸化式は2つのタイプがあるから、どちらのタイプかを判別します。
 分子の式の形を見ます。
 「分子に定数項を含むかどうか」をチェックします。
 上の問題では、分子に定数項は含んでいないので、I 型です。
3. 分数型漸化式 I 型の解法プロセスのプロットを思い浮かべます。

(操作手順) **両辺の逆数をとる** → 特性方程式型漸化式 → 等比型漸化式になる場合
→ 等差型漸化式になる場合

このプロセスを実際書いてみます。

0 (定義を確認する)

$$a_1 = 1 \quad \dots \textcircled{1}, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{4 - 6a_n} \quad \dots \textcircled{2}$$

1 (与式を基本タイプの漸化式に変形する)

②で、両辺の逆数をとって、

$$\frac{1}{a_{n+1}} = \frac{4 - 6a_n}{a_n}$$

$$\frac{1}{a_{n+1}} = \frac{4}{a_n} - \frac{6a_n}{a_n}$$

$$\frac{1}{a_{n+1}} = 4 \cdot \frac{1}{a_n} - 6 \quad \dots \textcircled{3}$$

◀スーパーテクニック

◀ a_{n+1} や a_n で割ってよい。

◀**特性方程式型漸化式**になった!

4. これ以降は特性方程式型漸化式の一般項を求める問題です。→No.3 (4/9) を参照
分数型漸化式だからといって、特別な操作が必要なわけではありません。
このプロセスが書けない場合は、No.3の特性方程式型漸化式の解法を復習する必要があります。
- 数専ゼミの教材は系統的に配列されているので、このように弱点を見つけたら、どこを復習すればいいかがすぐにわかります。
- また、その部分を復習しさえすれば、自動的に今解いている問題の困難をたやすく克服することができます。
5. 特性方程式型漸化式は等比型漸化式になるので、ここから数列の一般項 a_n を求めることができます。
- ここでは、おきかえはしていないので、「戻すプロセス」はありません。

エピローグ

なお、この問題の解法の全体のプロセスについては、紹介している教材をご覧ください。
次回は、分数型漸化式Ⅱ型の問題の解き方を紹介します。



漸化式と数学的帰納法 No.6

体験学習

1 漸化式 (その5)

■ 分数を含む漸化式 ■

★スマホの機種によっては、体験学習へのリンクができないものがあります。その場合には、PCでご覧下さい★

■ **演習問題は、数専ゼミ・山形・東原教室で個人指導を受けることができます** ■

■ 高校数学B・「漸化式と数学的帰納法」★ 学習計画書 ★

(ブラウザのバック矢印でこの文書に戻ることができます。)