

体験学習をどうぞ 113

▶ 2023. 6. 11 (日)

【高校数学B】

漸化式と数学的帰納法

分数型漸化式(その1)

漸化式の第6テーマの「分数型漸化式」のお勉強です。

恒例により、

漸化式を学ぶときにはいつでも、学習を始める前に、

そのタイプの漸化式の漸化式全体の中の位置を確認して下さい。

詳しくは、[こちら](#) → [Link](#) | 《漸化式ナビ_Ver3》 |

「分数型漸化式」の解法パターンの全体像

最初に、「分数型漸化式」には、どんな形の式があり、どのような解法のパターンがあるかということを一覧表にしてまとめてみました。

$$\text{I 型} : a_{n+1} = \frac{a_n}{4-6a_n}$$

$$\text{／(一般形)} \quad a_{n+1} = \frac{pa_n}{qa_n+r}$$

(操作手順) **両辺の逆数をとる** → 特性方程式型漸化式 → 等比型漸化式 になる場合
→ 等差型漸化式 になる場合

$$\text{II 型①} : a_{n+1} = \frac{a_n-1}{a_n+3} \quad (\text{誘導条件}) \quad b_n = \frac{1}{a_n+1} \quad \text{／(一般形)} \quad a_{n+1} = \frac{pa_n+s}{qa_n+r}$$

(操作手順) **誘導条件を使って、与式を b_n だけで表し、** $\{b_n\}$ の一般項を求め、
 b_n を戻して数列 $\{a_n\}$ の一般項を求める。
→ 等差型漸化式 になる (誘導条件の分子が定数の場合)

$$\text{II 型②} : a_{n+1} = \frac{5a_n+3}{a_n+3} \quad (\text{誘導条件}) \quad b_n = \frac{a_n-3}{a_n+1} \quad \text{／(一般形)} \quad a_{n+1} = \frac{pa_n+s}{qa_n+r}$$

(操作手順) **誘導条件を使って、与式を b_n だけで表し、** $\{b_n\}$ の一般項を求め、
 b_n を戻して数列 $\{a_n\}$ の一般項を求める。
→ 等比型漸化式 になる (誘導条件の分子に a_n を含む場合)

分数型といっても、式に分数がふくまれているからではなく、
分母に a_n を含む式だけを「分数型漸化式」といいます。

分数型漸化式には、一般項の求め方について、2つのパターンがあります。

それが上のⅠ型とⅡ型です。

ちがいは、分子に定数項を含むかどうか，です。

Ⅱ型は，両辺の逆数をとって一般項を求めることができないので，

基本的には「誘導条件」が付きます。

これを使って”おきかえ”によって置きかえた数列の一般項をもとめ，最後にそれを戻して求める数列の一般項を求めます。

だから，同じ分数型といっても，一般項を求める操作はまったく異なります。

「分数型漸化式」の解法のヒューリスティックス

分数型漸化式の解法のヒューリスティックスは，次のようになります。

1. ほかの漸化式から分数型を見分ける。
2. 2つのタイプの分数型を区別する。
3. 分数型のそれぞれのパターンに応じて，
まず，基本形（等差型，等比型，特性方程式型）漸化式をつくる。
4. それぞれの基本形の漸化式を解く。
5. 置きかえたときは，戻して問題の数列の一般項を求める。

エピローグ

分数型漸化式のそれぞれのパターンについての解法の詳細は，次回から始めます。

今回は，分数型漸化式とはどんな形をしているのか，

どんなパターンがあるのか，パターンの特徴をしっかりと頭に入れておいて下さい。

具体的な操作方法は，後で問題を解きながら学習します。

個々の問題を解く時には，この表と照らし合わせつつ，

今は，どのタイプの解き方を学習しているのか，など

その解法の，全体の中での位置を確認しながら学習を進めて下さい。



漸化式と数学的帰納法 No.6

体験学習

1 漸化式（その5）

■ 分数を含む漸化式 ■

★スマホの機種によっては，体験学習へのリンクができないものがあります。その場合には，PCでご覧下さい★

■演習問題は，数専ゼミ・山形・東原教室で個人指導を受けることができます■

■高校数学B・「漸化式と数学的帰納法」★ 学習計画書 ★

([ブラウザのバック矢印](#)でこの文書に戻ることができます。)



わかりやすく詳しい数専ゼミの「漸化式」の指導