

体験学習をどうぞ 111

2023.6.4(日)

【高校数学B】

漸化式と数学的帰納法

n乗を含む漸化式(その2)

漸化式を学ぶときにはいつでも、学習を始める前に、そのタイプの漸化式の漸化式全体の中の位置を確認して下さい。

詳しくは、こちら → [Link](#) | 《漸化式ナビ_Ver3》 |

”n乗型漸化式”の式の形の特徴

問題が与えられたら、これは”n乗型”と言えるようになりましたか。

n乗型漸化式の一般形は、 $a_{n+1} = p a_n + q \cdot r^n$ です。

この型には、次の2つのタイプがあります。

- | | |
|----------------------------|-----------|
| I n乗型 → 特性方程式型 → 等比型 → 一般項 | p ≠ r のとき |
| II n乗型 → 等差型 → 一般項 | p = r のとき |

”n乗型漸化式”の解法(第1タイプ)

n乗型漸化式については、前回に教材(No.5)を紹介しておきました。

ご覧いただきましたか。

まだでない人は、ここでNo.5(1/5)だけでもご覧下さい。

今回は、この教材の問題を使ってn乗型漸化式の2つの解法を説明します。

最初は、n乗型漸化式第Iタイプの解法です。

- I n乗型 → 特性方程式型 → 等比型 → 一般項 (p ≠ r のとき)

これが、Iタイプの問題を解くヒューリスティックス(蓋然的プロセス)です。

生徒A子：「ん？」

なんのことだか、わからんがね！」

”蓋然的”なんで、読めないでしょうが…(*^_^*)!

生徒A子：「…っっ」

「がいぜんてき」と読みます。

”おおよそ”とか”だいたい”とか”おおまかな”などの意味です。

つまり、だいたい上のようなプロセスで考えると、答えを導くことができる、という意味です。数学の問題を解くときには、その問題についてのヒューリスティックスをもっていることは大切なことです。

つまり、この問題は、こんな手順で解けば良い、という知識をもっていれば、直ちに答案が書け

ます。

そのつど、「どのように考えたらいいのか」などと、試行錯誤して答えを探し回るのは実用的ではありません。これも応用力の基礎です。

人間は，“アルジャーノン”を超えなければならないのです。

生徒A子：「え？

“アルジャーノン”ってだれ？」

知らないの？

「アルジャーノンに花束を」ですが…。

生徒A子：「…」

あとで読んでおいて下さい。

最初の部分は、めちゃくちゃ読みにくいですから、ここは我慢して読み取ってあげて下さい。

それが“チャーリー”への思いやりです。

生徒A子：「…

何のこと？」

ま、途中で投げないで、読んであげて下さい。

“n乗型漸化式”の解法

それはそれとして、では、n乗型漸化式のヒューリスティックスを説明します。

n乗型漸化式は大きく分けて、2つのステップで解きます。

I	<u>n乗型</u> →	<u>特性方程式型</u> → <u>等比型</u> → 一般項	p ≠ r のとき
	第1ステップ	第2ステップ	

第1ステップは、

n乗型漸化式を特性方程式型漸化式に変換するプロセスです。

$$a_{n+1} = p a_n + q \cdot r^n$$

の両辺を r^{n+1} で割ります。

r^{n-1} のときでも、 r^{n+1} のときでも、 r^{n+1} で割ります。

理由は簡単です。「漸化式（n+1とnの項）を作る必要があるから」です。

両辺を r^{n+1} で割ると、p ≠ r のときは、特性方程式型漸化式になります。

（ちなみに、p = r のときは、等差型漸化式になります。）

このプロセスの詳細については、No.5（1/5）の【考え方】に書いてあります。

第2ステップは、

特性方程式型漸化式の解法プロセスそのものです。

新しいことはなにもありません。No.3で学習したのとまったく同じ解き方をします。

ただ、全体の流れは同じなのですが、ここでは、No.3とは異なった解法の技術を使います。

”おきかえ”という技術です。

”置きかえ”は関数や方程式ではよく使っているので初めて出てくるものではありません。

複雑な式を1文字で置きかえて、全体の解法の流れを見やすくするテクニックです。

（と、巷間、言われておりますが、複雑になる場合もあるように思えるのですが…）

n乗型漸化式を累乗の式を含む分数式で割って特性方程式型漸化式に変換するわけですから、複雑な式になります。

この分数式のまま特性方程式を作る筆算にもちこむと、筆算がけっこうややこしくなります。…と説明されていますが、そのようにも思えないのですが…。

とにかく、大学入学テストや模試では、置きかえをする答案をかかせますので、この書式には慣れておかなければなりません。

そこで、No.5でも置きかえを使った答案の書き方を学習します。

No.5の答案を見ると、はじめは「なにをしているのだろう」と思いますが、上で紹介したようなことをしているのです。

置きかえをしたことによって、解法の全体の流れをおさえられなくなる人がおりますが、ここは歯を食いしばって解法の流れを追って下さい。

特性方程式型漸化式は、等比型漸化式へ変換されますが、ここでも複雑な式に成る場合があります、ここでも、もうひとつ置きかえをしている参考書があります。

こうなると、こっちの方がややこしくなるから、そんなこととしては絶対ダメです。等々…

エピソード

生徒A子：「なっが～い説明でしたねえ！
一生懸命に読んで、最後の行を読み終えたら…
最初のところを忘れてしまったがね！」

それはいけませんねえ。

大学入学テストは、こんなもんじゃありませんからね！
1問で4ページはあると覚悟しておかなければなりません。
このエッセイを読み慣れていると、
数学的な内容の長い文を速く、正確に読み取る力もつきます。

生徒A子：「なるほど…
言える！」

同意をいいただき、ありがとうございます。

”n乗型漸化式”の解法(第IIタイプ)

さて、第Iタイプの説明が長くなりましたので、
n乗型漸化式の第IIタイプ
II n乗型→**等差型**→一般項 (p=rのとき)
については、次回のお話となります。



漸化式と数学的帰納法 No.5

体験学習

1 漸化式 (その4)

■ n乗を含む漸化式 ■

★スマホの機種によっては、体験学習へのリンクができないものがあります。その場合には、PCでご覧下さい★

■演習問題は、**数専ゼミ・山形・東原教室**で個人指導を受けることができます■

■高校数学B・「漸化式と数学的帰納法」★ 学習計画書 ★

(ブラウザのバック矢印でこの文書に戻ることができます。)