

体験学習をどうぞ 110

2023. 6. 3 (土)

【高校数学B】

漸化式と数学的帰納法

n乗を含む漸化式(その1)

今回から新しいタイプの漸化式のお勉強です。

「n乗を含む漸化式」という名前をつけます。

ニックネームですね。簡潔に”**n乗型漸化式**”とも呼びます。

まず、「n乗型漸化式」の漸化式全体の中の位置を確認して下さい。

詳しくは、[こちら](#) → Link | 《漸化式ナビ_Ver3》 |

”n乗型漸化式”の式の形の特徴を覚えましょう！

まず、n乗型漸化式というのはどんな式の形をしているのかを知っている必要があります。

つまり、問題が与えられたら、これは”n乗型”だ、と瞬時に見分ける力が必要です。

いっぱいある漸化式の中から。これはn乗型漸化式だ、

と見分けることができ初めて”n乗型”の解法を適用できるからです。

生徒A子：「あたりまえでしょうが…」

はい、あたりまえのことをするのが”数学”ですから…

いや、あたりまえのことしかししないのが”数学”ですから…

生徒A子：「うむ！」

とりあえず、n乗型漸化式の”実物”をご覧下さい。

こんなのがn乗型漸化式です。一般形は、 $a_{n+1} = p a_n + q \cdot r^n$ です。

$$I \quad a_1 = 4, \quad a_{n+1} = 6 a_n + 2 \cdot 3^n$$

$$a_1 = 5, \quad a_{n+1} = 8 a_n + 5 \cdot 2^n$$

$$a_1 = 5, \quad a_{n+1} = 2 a_n + 3^n$$

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 3 a_n + 2^n$$

$$II \quad a_1 = 9, \quad a_{n+1} = 3 a_n + 9 \cdot 3^n$$

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3 a_n + 3^{n-1}$$

$$I \quad \underline{n乗型 \rightarrow 特性方程式型 \rightarrow 等比型 \rightarrow 一般項}$$

の思考プロセスで解くタイプです。

$$II \quad \underline{n乗型 \rightarrow 等差型 \rightarrow 一般項}$$

の思考プロセスで解くタイプです。

ちなみに、既習の型も並べておきます。

《一般形》

$$① \quad \text{等差型} \quad a_1 = -1, \quad a_{n+1} = a_n + 5$$

$$a_{n+1} = a_n + d$$

$$② \quad \text{等比型} \quad a_1 = 2, \quad a_{n+1} = 3 a_n$$

$$a_{n+1} = r a_n$$

$$③ \quad \text{階差型} \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 4n$$

$$a_{n+1} = a_n + f(n)$$

$$④ \quad \text{特性方程式型} \quad a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 5 a_n - 12$$

$$a_{n+1} = p a_n + q$$

ご覧のように”n乗型”というのは、式の中にn乗の式をふくんでいる、という意味です。

これが他の漸化式から n 乗型漸化式を区別する決定的な特徴です。

$(n-1)$ 乗でも本質は変わりません。

n 乗型漸化式の中の I と II の式の上での見分け方は、

I $p \neq r$ のとき

II $p = r$ のとき

です。

上の n 乗型漸化式のサンプルの式の赤い部分を見て”視覚的”に覚えて下さい。

なぜ等差型の場合が出てくるのかは、このタイプの解き方（操作手順）を理解すると納得できます。

注意

これ以外の形の n 乗型漸化式もあるかもしれませんが。

しかし、すべての形を網羅することは不可能ですし、そんな勉強は”現実的”ではありません。

網羅することが目的ではなく、多くある漸化式の中で n 乗型を判別することが目的です。

だから、まず基本形をきちんと覚えます。

勉強していて別な n 乗型がでてきたら、

それはプラス α として、基本形のわきにくっつけておきます。

”その他”扱いで覚えておきます。

こうすることで”混乱”しなくなります。

全てを網羅してこれが n 乗型と覚えても、混乱だけが残り、使える知識とはなりません。

ここが大切なことです。

基本を固め、そのまわりに”例外”をぶらさげて覚えるということです。

こうすると漸化式を見たとき、思考はまず、基本形かどうかを判別する方向へ向かいます。

あれか、これかと”うろうろ”するのではなく、

まっすぐに n 乗型かどうかをチェックする方向へ向かうことができます。

これは、応用力の”見えない力”です。

生徒 A 子：「あいや〜っ！

センセって、賢いねえ…

きっと偉くなる、

といいですね。」

生徒 A 子：「でもねえ…こんなことって、

どんな参考書にも書いてないよ。」

でしょうね。

こんなことをくどくどと書くとページが半端でなくなります。

半端でなくなると、半端でない価格になります。

半端でない価格になると参考書はだれも買いません。

だれも買わないと出版社はつぶれます。

だから、書きたくとも、書けないのです。

生徒 A 子：「な〜るほど、

そういう”さだめ”になっているんですね。」

エピローグ

きょうは、イントロの部分だけです。

目の前に漸化式が現れたら瞬時に「これは n 乗型だ」と言える力をつけておきましょう。

次回は、 n 乗型漸化式の解き方のプロセスを超詳しくお話します。

だれでも

必ず、分かる

といいですね。

生徒A子：「あっ！

あたしのフレーズをぬすんだ！」

ふん！

では、次回で、またお会いしましょう。



漸化式と数学的帰納法 No.5

体験学習

1 漸化式（その4）

■ n 乗を含む漸化式 ■

★スマホの機種によっては、体験学習へのリンクができないものがあります。その場合には、PCでご覧下さい★

■演習問題は、数専ゼミ・山形・東原教室で個人指導を受けることができます■

■高校数学B・「漸化式と数学的帰納法」★ 学習計画書 ★

(ブラウザのバック矢印でこの文書に戻ることができます。)

漸化式に強くなる数専ゼミの数列指導

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp