

誤答事例集 011(中3数学)

多項式

置きかえによる因数分解

▶ 2023.5.29(月)

置きかえによる因数分解(誤答例)

次の式を因数分解しなさい。

(1) $(x+3)^2 - 7(x+3) + 10$

(2) $a^2 - (b-c)^2$

このような複雑な形をした式を因数分解するときには、“置きかえ”という“手”を使います。たとえば、(2)の場合では、 $(b-c)=B$ と置きかえることで、

$$\begin{aligned} & a^2 - (b-c)^2 \\ &= a^2 - B^2 \\ &= (a+B)(a-B) \\ &= (a+b-c)(a-b+c) \end{aligned}$$

な～んだ、簡単じゃないか、と思われそうですが、実際は、けっこう難しい問題なのです。難しさは、次の2つの操作場面で表れます。

- ① 置きかえるとき
- ② 戻すとき

置きかえのまちがい例

置きかえるときの2つの誤答例を紹介します。

$$\begin{aligned} (5) \quad & (3a+4b)^2 - 9c^2 \\ &= A^2 - B^2 \\ &= (A+B)(A-B) \\ &= (3a+4b+9c)(3a+4b-9c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6) \quad & x^2y^2 - xy - 20 \\ &= A^2 - A - 20 \\ &= (A+4)(A-5) \\ &= (x^2y^2+4)(x^2y^2-5) \end{aligned}$$

(5)のまちがいは典型的なまちがいです。このようなまちがいをする生徒は多数派です。 c の2乗だけが目に入るのでね。

$3a$ や $4b$ では、 3 や 4 はそのまま使っていることが誘因になっています。

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ であるわけですから、

$$(3a+4b)^2 - 9c^2$$

$$= (3a + 4b)^2 - (3c)^2 \quad \leftarrow \text{この式を差し込むだけで、}$$

上のようなまちがいを防ぐことができます。

(6) では、 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ のまちがった影響を受けています。

$$x^2y^2 - xy - 20$$

$$= (xy)^2 - (xy) - 20 \quad \leftarrow \text{この式を差し込むだけで、}$$

上のようなまちがいを防ぐことができます。
おきかえのときに、() を使うことが大切です。

戻すときのまちがい例

$$(2) \quad a^2 - (b - c)^2$$

$$= a^2 - A^2 \quad \leftarrow (b - c) = A \text{ とおく}$$

$$= (a + A)(a - A)$$

$$= \{a + (b - c)\} \{a - (b - c)\}$$

$$= (a + b - c)(a - \underline{b - c}) \quad \leftarrow [] \text{ の中を計算する}$$

↑ 符号に注意

$$(3) \quad x^2y^2 - (x - y)^2$$

$$= A^2 - B^2$$

$$= (A + B)(A - B)$$

$$= \{x^2y^2 + (x - y)\} \{x^2y^2 - (x - y)\}$$

$$(4) \quad (x - y)^2 - 4(x - y) - 5$$

$$= A^2 - 4A - 5$$

$$= (A + 1)(A - 5)$$

$$= \{(x + y) + 1\} \{(x + y) - 5\}$$

$$= (x + y + 1)(x + y - 5)$$

(2) の A を戻して () をはずすときの符号のまちがいは、かなりの生徒に見られるものです。いわゆる分配法則のまちがいです。

1 年の教材ですが、いまさら復習もないでしょう。

確認するだけですが、次は”まちがわない”という保証はないです。

(3) は計算が途中でです。

(2) と構造は同じなのですが、(2) の場合はコメントが入っていますので、次のステップの計算をしています。

(3) はコメントなしなので、ここでやめています。

因数分解は () () の形で答えるという原則を教えてなかったのが原因です。

”わかっているだろう” は危険です。

”わからないだろう” を前提として教材を構成しなくてははいけませんね。

(4) については、まちがった原因がわかりません。単なる問題の写し違いなのだろうか？

対 策

中学数学では、置きかえを使った因数分解というのは”上級”問題に属します。だから、通常、上で紹介したようなまちがいは頻繁に起こります。

数専ゼミでは、最初は(2)のような詳しいガイドを入れて解かせますが、このガイドをはずした問題になると同じ問題でもまちがってしまう生徒が出ます。

まちがえた問題については、きちんと正解の答案が書けるようになるまで、繰り返し学習させる必要があります。(答えだけ合えばいい式の指導では、いつまでもまちがいは直りません。)学習後の”点検”もきちんとします。



中3 数学・多項式 No.25

3 公式を利用する因数分解 (その5)

体験学習

■ いろいろな因数分解② ■

★スマホの機種によっては、体験学習へのリンクができないものがあります。その場合には、PCでご覧下さい★

■ 演習問題は、数専ゼミ・山形・東原教室で個人指導を受けることができます ■

■ 「中3 数学・多項式」★ 学習計画書 ★

(ブラウザのバック矢印でこの文書に戻ることができます。)

”診断的教材”でまちがいの原因をつきとめる指導の

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: (023)633-1086 / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp