

## 誤答事例集 008 [中学3年数学]

多項式

公式を利用する因数分解(その2)

▶ 2023.5.22(月)

## 平方公式を使った因数分解(誤答例)

## ★演習★【2】

次の式を因数分解しなさい。

(1)  $a^2 - 8ab + 16b^2$

(2)  $4x^2 - 12xy + 9y^2$

(3)  $x^2 - x + \frac{1}{4}$

(4)  $9x^2 + 48xy + 64y^2$

[考える手順]

① 式の特徴を書く

② 因数分解する

① 式の特徴を書く

② 因数分解する

① 式の特徴を書く

② 因数分解する

① 式の特徴を書く

② 因数分解する

[答 案]

$$\begin{aligned} (1) \quad & a^2 - 8ab + 16b^2 \\ &= (a)^2 - \underline{2(a)(b)(4)} + (4b)^2 \\ &= (a + 4b)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & 4x^2 - 12xy + 9y^2 \\ &= (2x)^2 - \underline{4(x)(y)(3)} + (3y)^2 \\ &= (2x + 3y)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & x^2 - x + \frac{1}{4} \\ &= (x)^2 - 2(x)\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad & 9x^2 + 48xy + 64y^2 \\ &= (3x)^2 + \underline{6(x)(y)(8)} + (8y)^2 \\ &= (3x + 8y)^2 \end{aligned}$$

平方公式そのものはいたって簡単なものですが、  
これを使って因数分解しようとする、いろいろな困難に出会います。

診断的教材

上の誤答例は、平方公式を使った因数分解の答案にみられる典型的なものです。ふつうというか”すべて”の参考書では、上の答案の2行目の式は書きません。では、数専ゼミでは、なぜ2行目の式を書かせるかというと、

平方公式を正しく使えているかをチェックするためです。

また、間違えたとき、なぜ間違えたのかの原因を調べるためです。

これを”診断的教材”といいます。

上の誤答例では、指導上、次の2点に注意する必要があることを教えています。

### ① 第2項の符号の間違い

(1)と(2)の問題では、問題では、－であるが、因数分解では＋と書いています。

原因はわかりません。本人もわかっていません。

(3)の問題では正しい符号で答えています。

因数分解の第2項の符号を問題の第3項からもってきていると説明はつきますが、(3)の問題では、そうはなっておりませんから、やはりそのように答えた原因はわかりません。

なお、この生徒は、乗法公式の学習では、次のようなまちがいをしています。

$$\begin{aligned} & (x-3)^2 \\ & = (x)^2 + 2(x)(-3) + (-3)^2 && \blacktriangleleft \text{差の平方公式の適用の思考プロセス} \\ & = x^2 - 6x + 9 \end{aligned}$$

これと関係あるのかと考えましたが、原因となるような共通点がありません。

### ② ”平方公式の適用の思考プロセスを示す”式の違い

(2)の誤答例です。

$$\begin{aligned} & 4x^2 - 12xy + 9y^2 \\ & = (2x)^2 - 4(x)(y)(3) + (3y)^2 && \blacktriangleleft \text{差の平方公式の適用の思考プロセス} \\ & = (2x + 3y)^2 \end{aligned}$$

問題の式の第1項と第3項が平方数であるから、平方公式だ、と考える生徒は多数派です。しかし、第1項と第3項が平方数であっても、次のように…

$$\begin{aligned} & x^2 + 13x + 36 \\ & = (x)^2 + (4+9)x + (6)^2 \\ & = (x+4)(x+9) \end{aligned}$$

のように、必ずしも平方公式になるわけではありません。

## 間違わない”思考技術”

平方公式の因数分解への適用には、このような落とし穴があります。

このリスクを避けるのが2行目の式の役割です。

100%正解するための思考技術です。

慣れたら、この2行目式は答案には書きません。

しかし、この思考プロセスは、平方公式を使う前には、必ず”頭の中で”やらせます。

「やれ」ではなく、予め上のように“書いて”練習させることで、

後で頭の中でやる習慣がつかます。  
最初から、やれるわけではありません。

上の誤答例の2行目をみると、

$$(2x)^2 - 4(x)(y)(3) + (3y)^2$$

この部分が平方公式を使えるかどうかのチェックになっておりません。

ここが公式でいう  $2ab$  の形になっているときに初めて平方公式が使えます。

この問題では、

$$(2x)^2 - 2(2x)(3y) + (3y)^2 \text{ という形に変形できるから、}$$

$$-12xy \text{ であり、平方公式が使えるのです。}$$

## エピローグ

今後、いろいろな局面で平方公式を使います。

もちろん、高校数学でも頻繁に使います。

数学は“積み上げ”の教科です。

だから、いま、平方公式のしくみ（2行目の式）をしっかりと理解しながら因数分解ができるようになることが、将来の数学力の“伸び”につながるのです。

## “本質で”問題を解く技術を教える

### 数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: (023)633-1086 / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp