

## 体験学習をどうぞ 104

2023.5.14(日)

【高校数学B】

漸化式と数学的帰納法

特性方程式タイプ(その1)

特性方程式タイプの漸化式のお勉強です。

まず、「特性方程式タイプの漸化式」の漸化式全体の中の位置を確認して下さい。

詳しくは、こちら → [Link](#) | 《漸化式ナビ\_Ver3》 |

### 「特性方程式タイプの漸化式」の式の形

最初に、「特性方程式タイプの漸化式」の式の形の特徴をしっかりと覚えて下さい。

$$a_{n+1} = p a_n + q \quad (\text{ただし, } p, q \text{ は } 0 \text{ でない定数で } p \neq 1)$$

生徒A子: 「 $a_{n+1} = a_n + q$  も特性方程式タイプなの?」

う～ん, いい間違いです。

教訓的な間違いです。

すぐれた間違いです。

生徒A子: 「…! ?」

このように考えて, 特性方程式を作って,

「センス,  $\alpha$  がなくなった!」

と泣きついてくる生徒がいるのですねえ。

(この辺の事情は, プリントNo.3 (4/9) の学習が終わると理解できます。)

「特性方程式タイプの漸化式」にとっては, ”  $p \neq 1$  ” という条件が“命”です。

この命を失うと, 特性方程式タイプではなくなります。

特性方程式タイプは, アイデンティティを失って, 等差タイプになります。

ここの違いをしっかりと覚えて下さい。

そうすれば”  $\alpha$  がなくなった” などと「途方に暮れる」ことはなくなります。

生徒A子: 「う～ん!

特性タイプの漸化式って, 奥が深いのねえ!」

いや, いや, まだ, まだ, ほんの入り口です。

富士登山でいえば, 1合目です!

次のような漸化式も「特性方程式タイプ」です。

変身していても”正体”を見抜く目をもつことも大切です。

$a_{n+1} = p a_n + q$  (ただし,  $p, q$  は 0 でない定数で  $p \neq 1$ ) …これが正体です!

変身形

①  $a_n = 5 a_{n-1} - 8$

$a_n = 5 a_{n-1} - 8$  は,  $a_{n+1} = 5 a_n - 8$  と同じことです。項が 1 つずれているだけです。

②  $3 a_{n+1} = 2 a_n - 3$

両辺を 3 で割って,  $a_{n+1} = \sim$  の特性方程式タイプへ持っていきます。

$$a_{n+1} = \frac{2}{3} a_n - 1 \text{ で特性方程式タイプになりました。}$$

③  $5 a_{n+1} - 3 a_n + 8 = 0$

左辺の不要な項を右辺へ移項し,  $5 a_{n+1} = \sim$  とし, 両辺を 5 で割って,  $a_{n+1} = \sim$  の特性方程式タイプへ持っていきます。

$$a_{n+1} = \frac{3}{5} a_n - \frac{8}{5} \text{ で特性方程式タイプになりました。}$$

④  $2 a_{n+1} - 7 a_n - 15 = 0$

同じようにして,  $a_{n+1} = \sim$  の特性方程式タイプへ持っていきます。

$$a_{n+1} = \frac{7}{2} a_n + \frac{15}{2} \text{ で特性方程式タイプになりました。}$$

## 「特性方程式タイプの漸化式」は漸化式の”ハブ”

次に, 他の漸化式と「特性方程式タイプの漸化式」との関係ですが…

多くのタイプの漸化式が

「特性方程式タイプの漸化式」を経由して等比タイプの漸化式へ行き, そこで数列の一般項を求めます。

「特性方程式タイプの漸化式」は漸化式の”ハブ”です。

生徒 A 子: 「すると,

漸化式はみ～んな特性方程式タイプにもっていけばいいのね。」

ほれ, またそんな極論を”のたまう”!

ハブといっても, 世界のすべての飛行機が羽田空港を経由するわけではないでしょ?

成田空港や名古屋空港を経由することだってあるでしょうが…

生徒 A 子: 「おう, アイ, シー!

センセのたえって, すっごくわかりいいわ!」

あのねえ, あなたの英語ってなまっていない?

「アイ, スィー」でしょ?

生徒 A 子: 「そうだよ,

なまっちゃだめだよ, せんせ!」

アイ, シーだよ!」

なんか, わけのわからない対話ですから, 次へいきます。

要するに,

**「多くの漸化式は特性方程式タイプの形にもちこむ」 (“すべて”ではないことに注意!)**

ということデータベースの最初の方にインプットしておくことが大切であるということです。

この辺の事情は, 《漸化式ナビ\_Ver3》を見ると”ビジュアルに”理解できます。

特性方程式タイプは漸化式の”要”です。  
だから、述べることはまだまだたくさんあります。  
この後で、特性方程式タイプの漸化式を等比タイプの漸化式へ変換する操作が必要です。  
この操作の中で特性方程式を作るので、”特性方程式”タイプと呼ばれるのです。

生徒A子：「な～るほど、  
知らんかっとなてんしゃん！」

ん！？

なに？なに？

生徒A子：「いいの、いいの、  
独り言だから…」

けっこう、”知らんかっとなてんしゃん”のまま、なんで、”特性方程式”なんて言うんだらうと不思議に思いつつ、一生懸命に特性方程式を解いている人もいます…。

ということで、これについては次回にお話します。

生徒A子：「え？どれについて？」

う～っ！

わからんしとですnee！

生徒A子：「せんせ、なまっていない？  
”しと”でなくて、”ひと”でしょ？」

ま、いいか。

1勝1敗で、イーブンだから…

とりあえず、特性方程式タイプの漸化式を学ぶ教材だけ、お見せしておきましょう。



漸化式と数学的帰納法 No.3

体験学習

1 漸化式（その2）

■ 特性方程式タイプ ■

★スマホの機種によっては、体験学習へのリンクができないものがあります。その場合には、PCでご覧下さい★

■演習問題は、数専ゼミ・山形・東原教室で個人指導を受けることができます■

■高校数学B・「漸化式と数学的帰納法」★ 学習計画書 ★

(ブラウザのバック矢印でこの文書に戻ることができます。)

## 漸化式に強くなる数専ゼミの数列指導

### 数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: (023)633-1086 / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp