

## 体験学習をどうぞ・高校数学B・001

2023.1.5(木)

【高校数学B】

いろいろな数列

分数数列の和

きょうの体験問題です。

次の和を求めなさい。

$$(1) \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 11} + \cdots + \frac{1}{(3n-1) \cdot (3n+2)}$$

$$(2) \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k+2} + \sqrt{k+1}}$$

## 分数数列の和を求める

数列の問題には、

「解き方」を知らないと、どれだけ考えても絶対に解けない、  
というものが数多くあります。

この分数数列の和というのもその1つです。

分子が1で、分母が整数の積の形をした分数式の和を求める問題です。

## 分数数列の和を求める難しさ(その1)

このタイプの問題の第1番目の難しさは…

与えられた式のどこを見ても解法の鍵となるデータを見つけることはできない  
という点です。

要するに、問題を前にして、手も足も出ない、という状況です。

結論からいえば、それぞれの分数式を「差の形」に変形すると、なんとかなります。  
分母が積の分数式から差の形に変えることを「部分分数に分ける」といいますが、  
これには3つのタイプがあります。

詳しくは、プリントNo.6 (1/8) で紹介しています。

## 分数数列の和を求める難しさ(その2)

第2番目の難しさは、次の点にあります。

部分分数の差の形に直すと、 $+$ と $-$ の同じ形の分数が交互に現れます。  
 これをキャンセルすることで、中間にあるほとんどの項が消えるのですが…  
 第1項と第 $n$ 項が残るのは、初級問題で、  
 第1, 2項, と第 $n-1$ 項, 第 $n$ 項が残るとするのが、「ふつー」のタイプです。  
 ここでの困難さは、最後の2項を $n$ を使って表すわけですが、  
 差が2とか3になると、どんな形になるのかがわからなくなる、という点です。  
 しかし、ここまでは、なんとか、解けます。  
 ところが、あろうことか、  
 第1項と第3項, 第 $n-2$ 項と第 $n$ 項など、項がとびとびに残る問題があります。  
 こうなると、アウトです。  
 まず、消し方がわかりません。どのように消えるのかが、見つけにくいのです。  
 また、第 $n-2$ 項がどんな形をするのかが、わかりません。  
 しかし、このタイプの問題は文系でもテストに出題されます。  
 決して難しいというわけではありません。

## どれだけ難しくとも簡単な「解き方はある」!

要するに、「解き方」があるわけで…  
 項を順番に並べて、どれとどれが消えるのかなあ…  
 では、「ダメ」なのです。

では、どうする?

だれでも確実に正解できる“手”を、プリントNo.6 (3/8)で紹介しています。

このプリントを使い、実際に、紙に書きながら練習し、この“ワザ”を習得して下さい。  
 そうすれば、「分数数列の和」の問題は“かも”になります。  
 他の多くの人が解けない問題です。  
 差をつける“わざ”です。

あなたは、差をつける側にまわりますか、それとも差をつけられる側にまわりますか?

■演習問題は、数専ゼミ・山形・東原教室で個人指導しております。



数B・いろいろな数列 No.6

体験学習

5 いろいろな数列の和 (その1)

■ 分数数列の和 ■

■「数学B・いろいろな数列」★学習計画書★

(ブラウザのバック矢印でこの文書に戻ることができます。)



**数列に強くなる数学専門指導の数専ゼミ**