

授業の実況中継__056

2022. 12. 22 (木)

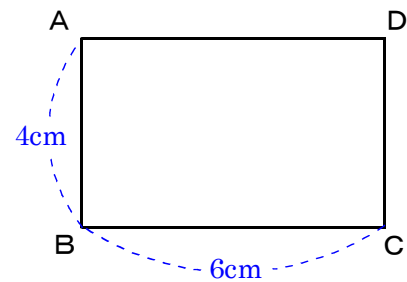
【中学2年数学】

1 次関数

動点と面積の問題(その5)

右のような長方形があります。点Pが毎秒2cmの速さで点Bを出発して辺上をC, D, Aまで動きます。点Bを出発して χ 秒後の $\triangle ABP$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とするとき、次の問いに答えなさい。

- (1) χ と y の関係をグラフで示しなさい。
- (2) $\triangle ABP$ の面積が 6 cm^2 となるのは、点Bを出発してから何秒後ですか。



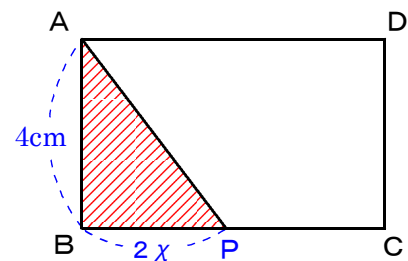
きょうは、動点問題のフィナーレの1つ前です。

xとyの関係式

- (1) ・点PがBC上にあるとき ($0 \leq \chi \leq 3$)

$$\triangle ABP \text{の面積} = 2\chi \times 4 \div 2 = 4\chi$$

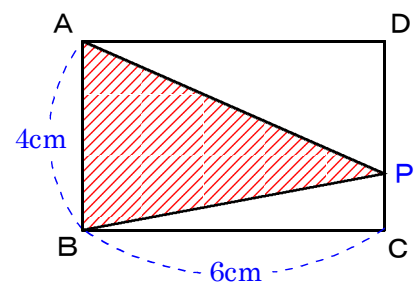
$$\text{よって, } y = 4\chi \quad \dots \textcircled{1}$$



- ・点PがCD上にあるとき ($3 \leq \chi \leq 5$)

$$\triangle ABP \text{の面積} = 4 \times 6 \div 2 = 12$$

$$\text{よって, } y = 12 \quad \dots \textcircled{2}$$



【注】点Pが辺CD上にあるときは

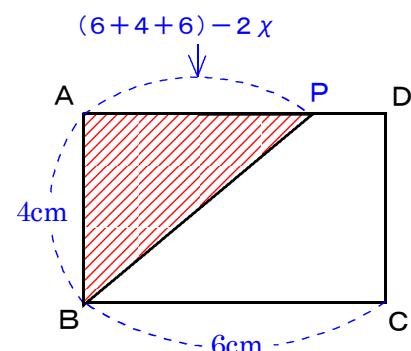
$\triangle ABP$ の面積は変わらない。

- ・点PがDA上にあるとき ($5 \leq \chi \leq 8$)

$$\begin{aligned} \triangle ABP \text{の面積} &= 4 \times (16 - 2\chi) \div 2 \\ &= 32 - 4\chi \end{aligned}$$

$$\text{よって, } y = -4\chi + 32 \quad \dots \textcircled{3}$$

【計算のしかた】



$$\begin{aligned}
 & 4 \div 2 \times (16 - 2x) \\
 & = 2(16 - 2x) \\
 & = 32 - 4x
 \end{aligned}$$

動点と面積問題のグラフをかく

さて、ここから区間関数のグラフのかき方に入ります。

先生：「区間関数の場合、グラフは区間、 x の変域のことですよ、この区間ごとにかきます。」

生徒A：「よっしゃ、区間 $0 \leq x \leq 3$ を行きま〜す！
関数の式は $y = 4x$ 、
比例のグラフ。
だから、原点と点 $(3, 12)$ を通る直線。
完璧！」

先生：「よ〜し！」

生徒B：「次っ！、区間 $3 \leq x \leq 5$ をいきま〜す！
関数の式は $y = 12$
 x 軸に平行のグラフ。
だから、点 $(3, 12)$ と点 $(5, 12)$ を通る直線！」

先生：「よっしゃ！」

y切片のないグラフ？

生徒C：「じゃば、区間 $5 \leq x \leq 8$ をいきま…！
あまり、いきたくない…！」(^_^;) ! Hohe…

生徒A：「なあに、同じだよ！
関数の式は $y = -4x + 32$ で、1次関数でしょ、
だから、傾きが -4 で、 y 切片が 32 の直線になる。」

生徒C：「でも、 y 切片が 32 って、
 y 軸の目盛が足りないね。」

【注】解答用紙には、
右図のように y 軸に 12 までしか目盛ってありません。

生徒A：「足りなかったら付け足せばいい。
 $x = 8$ のとき、 $y = 0$ になるから
点 $(0, 32)$ と点 $(8, 0)$ を通る直線になるんだ。」

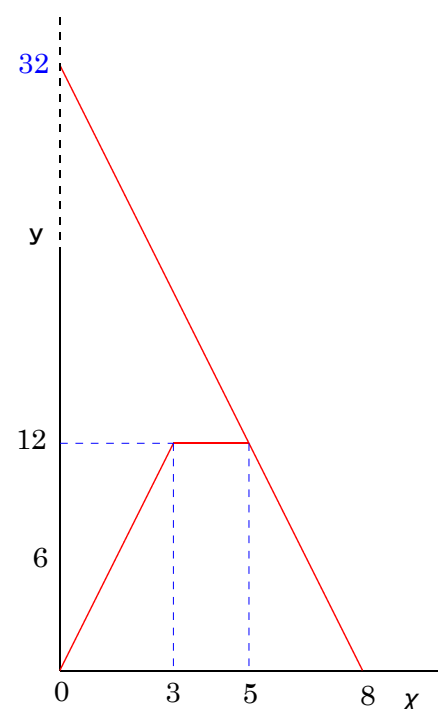
生徒C：「でも、変なグラフだよ。」

生徒A：「何が？」

生徒C：「なんか！

$x < 5$ の部分っていないんじゃないの？」

生徒A：「でも、そうすると
 y 切片のないグラフに



なってしまうよ。

そんなの、あり？」

生徒 C : 「うぐ！

でも…」

生徒 A : 「でもも、しかもないの！

こうしか、かきようがないでしょうが…」

生徒 C : 「うん！」

生徒 C は、生徒 A に説得されてしまいました。

実際に…

このようなグラフをかく生徒はけっこういます。

y 切片を通らないグラフというのは、

この段階では、生徒の頭の中にはまだないのですね。

y 軸までグラフを伸ばします。

x の変域などはもう頭のどこにもありません。

西の海へ流してしまいました。

生徒は、何でも西の海へ流してしまいますから、

先生はよ〜く見ていないといけません。

y 切片をかく場所がないものだから、それを確保することで一生懸命です。

x のことなど、ど〜でもよくなっています。

生徒 C : 「でも、 $y = -4x + 32$ は、

$5 \leq x \leq 8$ の範囲でしかいえないわけでしょ？

$x < 5$ の世界には x と y の点の集合、つまりグラフはないはずだよ。」

生徒 A : 「それは、そうなんだけど、

じゃあ、 y 切片はどうするの？」

生徒 C : 「いらない！」

生徒 A : 「じゃあ、 $y = -4x + 32$ の **+32** などいらないというわけ？」

生徒 C : 「…

いる！」

生徒 A : 「じゃあ、 y 切片をかかなくちゃいけんでしょ？」

生徒 C : 「…

うん！ …？」

y 切片のないグラフというのは生徒には不安です

生徒 C、生徒 A に再び説得されてしまいました。

生徒にとっては、これほど、 y 切片への郷愁は強烈です。

それはそうでしょ、

1 次関数のグラフは、 y 切片からスタートして

x 軸の方向へいくつ、 y 軸の方向へいくつ

というふうにかくわけですから…

このスタート地点を取り除かれるということは、

二階に上がってはしごをはずされるのと同じ仕打ちをうけることになります。
実に、不安なものです。

√切片への”こだわり”の解決は次回へ

さて、このような生徒達の”こだわり”をいかにぶちこわすか、
先生の腕のみせどころです。
先生の先生たる醍醐味が十分味わえるシチュエーションです。
先生としては”わくわく”しますねえ…

この”わくわく”は、次回でのお楽しみとしておきましょう。

1次関数に強くなる数学専門指導の数専ゼミ

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX. (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp

数専ゼミの授業は個別指導です

【注】 ■●▲

数専ゼミの実際の授業は1対1の個別指導ですから、上で紹介したような集団授業ではありません。ただ、個別指導の場面では、上のように問題を解く過程の生徒と先生のダイナミックな会話は生じませんので、指導のプロセスをデフォルメするために、集団授業の場面にアレンジして紹介しました。