

授業の実況中継__055

2022. 12. 21 (水)

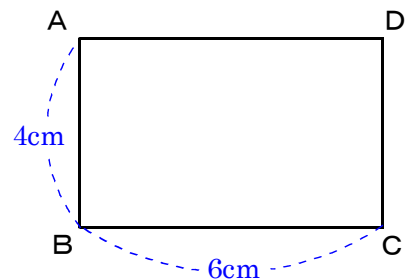
【中学2年数学】

1 次関数

動点と面積の問題(その4)

右のような長方形があります。点Pが毎秒2cmの速さで点Bを出発して辺上をC, D, Aまで動きます。点Bを出発して x 秒後の $\triangle ABP$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とするとき、次の問いに答えなさい。

- x と y の関係をグラフで示しなさい。
- $\triangle ABP$ の面積が 6 cm^2 となるのは、点Bを出発してから何秒後ですか。



授業は、終盤へとさしかかります。

動点問題の”核心”(Key Point)

生徒B: 「じゃ、どうすればいいの？」

先生: 「三角形だから、
三角形の面積をだせばいいの。」

生徒B: 「底辺×高さ÷2？」

先生: 「そう。
高さはわかるから、底辺の長さを
 x を使って表せばいいわけ。」

生徒B: 「なるほど！」

それで、その底辺を x を用いて表す方法ですが…」

先生: 「旅のお話で行きます。」

旅の全行程は $(6 + 4 + 6) \text{ cm}$ です。

今まで旅してきた距離は $2x \text{ cm}$ です。

残りの道のりは $(16 - 2x)$ です。

この「残りの道のり」が
 $\triangle ABP$ の底辺になります。

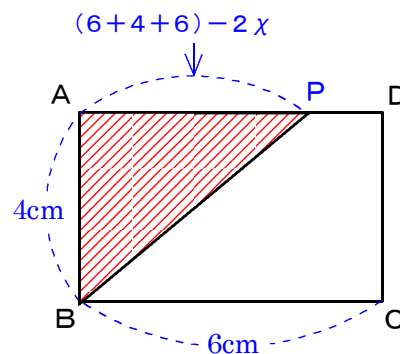
だから、

$$y = (16 - 2x) \times 4 \div 2 = -4x + 32$$

すなわち、 $y = -4x + 32$ となります。」

生徒達: 「…」(*_*)? Muhu!

生徒達、すごいのか、すごくないのか判断できないでいます。



拍手がありませんね。

先生：「いいですか，

この残りの道のりを χ を使って表すことが，動点問題の”核心”です。
しっかりと理解しましょう。」

先生：「いいですか，

もう一度言います。

動点問題では，第4コーナーをまわったら，

三角形の底辺を χ を使って表し，

… χ は，「残りの道のり」ですが…

三角形の面積は，公式を使って χ で表すのですよ。」

生徒達：「は～い！」

先生：「…

わかってんのかね！」(--;)Muju!

生徒達：「よ～くわかりましたあ，でした。」

先生：「そういうことにしておきましょう。

はい，それでは，きょうの授業はここまで！」

第4コーナーのまわり方 – まとめ

重要なので解説を入れます。

つまりですね，

三角形は「底辺×高さ÷2」であるから，これを一貫して通すこと。

これが一般になります。

(底辺や高さを求めることができないときだけ，特殊になります。

その場合には，生徒Bのような解法をとります。

つまり，公式の使える図形から公式の使える図形をひきます。

これはこれで，重要な考え方です。

特殊だからダメというのではありません。

あるタイプの解法での思考順序の問題を言っているのです。)

だから，一般的解法では，思考は

最初に， $\triangle ABP$ の底辺を χ を用いて表すことに向かいます。

三角形をひくとか，台形がどうのこうのなど

よけいなことは考えないことです。

生徒B：「 $\triangle ABP = \text{台形} PABC - \triangle PBC$

…ん？

AP がわからないから使えない！」

というセリフがありますが，

この段階では， AP の求め方を知らないからやむをえません。

しかし，たとえ， AP の求め方を知っていたとしても

「面積＝面積」を使っているので一般的とはいえません。

やはり、三角形の面積を求めるときは、なにはともあれ、
一直線に、三角形の面積を求める公式へ向かうのが原則です。
原則とは、最初に考えるべきことです。
原則は、思考を方向付けます。

だから、原則から考え始めるという習慣をつけると、思考力がつきます。
中位から少し上の生徒ですと、解法はそれなりに理解しているのですが、
問題を与えられたらどんな方針で解いていくのか、つまり解法の糸口を見つけることに困難を感じている生徒が多数おります。
こうした生徒に解法の糸口を、あるいは切り口を与えるのが原則であり、解法の一般です。
(これはこれでいつか詳細に検討しますが)
一般を身につけさせれば、
ほとんどの生徒はそのタイプの問題を難なく解くことができるようになります。
学力格差をなくすることができる、ということです。

イメージで考え方を理解すること

この場合の三角形の底辺は、旅の行程からアナロジーします。
なぜ $(16 - 2x)$ と表現できるのかという理由がきちんと理解できないと、
応用がきかなくなってしまう。
旅のイメージは生徒に具体的で、確かな理解を与えます。

”区間関数”のグラフをかき—イントロ

そして、授業は、ロスタイムへ！

生徒 A：「センス、グラフは？」

先生：「そうそう、

一番大切なグラフのかき方がまだでした！

…が、みなさんだいぶお疲れのようなので、この次にしましょ。」

生徒達：「…！」

区間関数のグラフも、また異次元の世界です。

今までは、1次関数では傾きがどうのとか、 y 切片が違うとか…

どなりまくってきましたが…

今度はそういうのはさらっと西の海へ流しなさいと指導しなければなりません。

生徒にとっては、一種のカルチャーショックです。

生徒は不思議な顔をします。

1次関数なのに、傾きだの切片はもう考えちゃいけないというのですから…。

区間関数で、傾きや切片にこだわると袋小路に入ります。

ここでは、「グラフのかき方を考えましょう」…

などと「独創」を求めては、絶対いかんです。
そんなことすると、生徒は一生懸命に傾きと y 切片を探し始めます。
とてつもない時間をかけ、しっかりとまちがえます。
それですめばいいのですが、それが悪習として定着します。

「独創」の勸奨が、生徒を「うぬぼれ」と「青春の蹉跎」へと導きます。
しっかりと、先生が教えこまなければなりません。
今回は、区間関数のグラフのかき方をしっかりとたたきこむ指導法を考えます。

★

ところで、この1題、なかなか終わりませんナ！
いくらでもふくらんできます。(* ^ _ ^ *) !
いくらでも書けるということは、内容の深い問題なんですね。
生徒のひとつひとつの答案をよ〜く吟味しつつ、
ふか〜く考えながら指導しなければならない教材である、ということです。

動点と面積の問題の教材の紹介

きょうの教材は、動点問題【4】の紹介です。
三角形の高さを、方程式で求める必要のある問題です。
これは、今後立体（三平方の定理）などへ応用されうる役に立つ考え方です。
ぜひ、生徒に身につけさせたい技術のひとつです。

生徒さんに学習させてみてください。
だれも「動点と面積の問題」がよ〜くわかるようになります。



◀●■【 まちがいができない教材 】■●▶

1次関数

2 動点と面積の問題（その1）

No. 3 1（6 / 7）

■ 平面図形の周上を動く点【4】 ■

[クリック](#)

1次関数に強くなる数学専門指導の数専ゼミ

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX. (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp