

授業の実況中継_052

2022.12.18(日)

【中学2年数学】

1 次関数

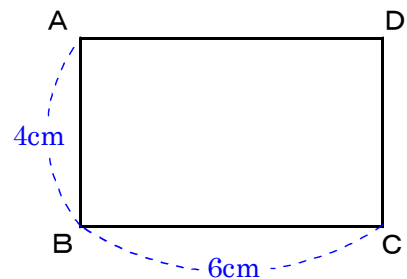
動点と面積の問題(その1)

きょうは、1次関数の「難所？」である「動点と面積」を扱います。
でも、この「動点と面積」の問題、
ダイヤグラムの問題ほど、奥行きがないような気がしますが…
いくつか解いていくうちに、同じことをくり返していることに気づきます。
もっとすごい出てくるかと思っても、さほど深くなりません。
点が動いた距離を x を使ってどう表現するかをマスターすると
もうやることのないような気がします。
いってみましょ。

点PがBC間にあるとき

右のような長方形があります。点Pが毎秒2cmの速
さで点Bを出発して辺上をC、D、Aまで動きます。
点Bを出発して x 秒後の $\triangle ABP$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とす
るとき、次の問いに答えなさい。

- x と y の関係をグラフで示しなさい。
- $\triangle ABP$ の面積が 6 cm^2 となるのは、点Bを出発
してから何秒後ですか。



先生：「さて、点Pは頂点Bから出ます。

まず、辺BC上を頂点Cまで進みます。

確認しますよ。

点Pの速さは 2 cm/秒 。

x 秒後の $\triangle ABP$ の面積が $y\text{ cm}^2$ です。

はい、 x 秒後の $\triangle ABP$ の面積を x を使って表してみましょう。」

生徒A：「超かんたん！

三角形の面積を出す公式だから

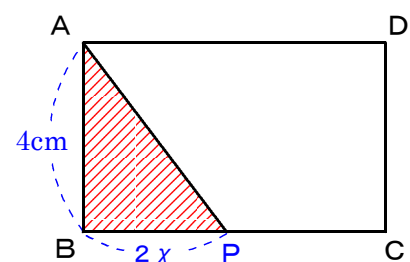
底辺×高さ÷2

$$y = 2x \times 4 \div 2 = 4x$$

つまり、 $y = 4x$ 」

先生：「…！

よくできました。



P a c h i。」

生徒 A : 「…ん？

P a c h i？」

先生 : 「そう，パチ，1個！

こんなの，だれでもできる！」

生徒 A : 「…」 (_ _ ;) Shunn!

動点問題は，まず，ここで”こける”

先生 : 「では，点 P は頂点 C までたどりつくのに，何秒かかりますか？」

生徒 A : 「はい！，はい！

捲土重来！

6 cm を 2 cm / 秒だから，3 秒だわな。」

先生 : 「捲土重来？

ほ～っ，難しいことばしっとるね！

ところで，どういう意味？」

生徒 A : 「…？ (_ _ ;)」

先生 : 「ま，いいでしょう…

それでは， χ の変域を書いて下さい。」

生徒 A : 「は～い！

BC 間の長さは，6 cm だから， $0 \leq \chi \leq 6$ デス！」

先生 : 「…！

捲土重来

どしたの？」

ジャンジャン！

変域のどこが，なぜ難しいのか

笑っていないで！

いるんです。

まじめにこのように考えている生徒。

先生が，ちゃ～んと，変域の確認のための導入問題をさせてあげてるのに…

な～んも聞いていません。

もう， χ は，点 P が動ける辺の長さ決めてかかっています。

もっとも，問題集にはこういう特殊問題が圧倒的に多いことが原因なんです

動点の速さを，1 cm / 秒とするのは特殊なんです。

この条件下では，時間を表す χ の値と，点 P の移動距離を表す値が等しくなります。

特殊から学習を始めるとこのような先入観をもったまちがいを犯します。

学習は「一般から特殊へ」が原則です

一般は，動点の速さが，2 cm / 秒や 3 cm / 秒の場合です。

だから，動点の速さが 2 cm / 秒や 3 cm / 秒などの問題から学習させなければなりません。

以前から言っている、一般を教えることの重要性の一端です。

方程式もそうですが、 x と y の具体的内容をきちんと押さえないで文章題を解く生徒というのはけっこういます。

だから、 x が問われていることと違う数量の場合には、立式、計算のすべてにできて、答でまちがいます。

当然、関数の問題でも同じことです。

授業の続き…正しい変域を求める

授業は続きます…。

生徒B：「ちがうとおもうんですが…。

x は、点Pが動いた時間で、

B、C間は3秒かかって動くから、

x の範囲は $0 \leq x \leq 3$ 。」

先生：「そうですね。

では、まとめます。

点Pは、頂点Bを出発し、

点PがBC間にあるとき、 $\triangle ABP$ の面積 y は

$y = 4x$ で表すことができる。

点Pは2cm/秒で動くことと、BC間が6cmであることから

点Pは3秒で頂点Cに着く。

よって、 x は点Pの動いた時間を表すから

x の変域は $0 \leq x \leq 3$

となる。」

生徒達：「う～ん……」

先生：「…！」

次は、動点問題の”核心”にせまる！

頂点Bまでは、たいがいの生徒は理解はできます。

実は、動点問題の核心はCD間とDA間なのです。

CD間は、

x が変化していくのに y が全然変化しないという摩訶不思議な世界です。

関数式では、 x も消えてしまいます。

関数としては異常な世界です。

x はどこへいったの？

あるべきものがないというのは、実に不安なものです。

うろうろする生徒がでます。

DA間では

目的地までの道のりに思いを馳せ、

旅してきた軌跡を振り返って自分の現在地を確かめます。
しかも、それを関数式で表すなど、
旅行会社の社員みたいなことをせねばなりません。
旅のハイライトであり、最後の難関です。
動点問題のカーネル(kernel)です。
この部分が理解できないことが、動点問題ができないことの原因です。
原因がわかると治療ができます。
だから、動点問題など
どんな生徒でも分かるようにすることができるのですよ…
センセ！
では、きょうの授業はここまで。
C D間とD A間での生徒達の迷走は、次回に紹介しましょう。

動点問題の教材です

ところで…
はやく点Dまでたどりつきたいという気の短い、いや勉強熱心な方々のために
教材は、ちゃ〜んと用意してあります。



1 次関数

No. 3 1

2 動点と面積の問題（その1）

■ 平面図形の周上を動く点 ■

[クリック](#)

1次関数に強くなる数学専門指導の数専ゼミ

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: (023)633-1086 / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp

数専ゼミの授業は個別指導です

【注】 ■●▲

数専ゼミの実際の授業は1対1の個別指導ですから、上で紹介したような集団授業ではありません。ただ、個別指導の場面では、上のように問題を解く過程の生徒と先生のダイナミックな会話は生じませんので、指導のプロセスをデフォルメするために、集団授業の場面にアレンジして紹介しました。