

授業の実況中継__049

2022. 12. 14 (水)

【中学2年数学】

1 次関数

2点の座標から直線の式を求める

1 次関数の式を求めています。

「 y が x の 1 次関数で、そのグラフが 2 点 $A(1, 2)$ 、 $B(2, 8)$ を通るとき、この 1 次関数の式を求めなさい。」

2点を通る直線の式を求める(その1)

生徒 A : (せっせ, せっせ…) (-_-;)

生徒 A, 何やら一生懸命計算をしています。

生徒 B : 「はいッ, せんせ!」

先生 : 「おう, もうできたか。」

生徒 B : 「答は, $y = 6x - 4$ デス。」

先生 : 「はい, 正解!

次, いきます。」

生徒 A : 「ん!? どして?

ちょっと, ちょっと!…

どうして, そんなに速く, ストンと出るの?」

生徒 B : 「 $(8 - 2) \div (2 - 1) = 6$ で, 傾き 6, $2 = 1 \times 6 + b$, $b = -4$ で, y 切片は -4 。

こんなの, 暗算で, できるでしょ?」

生徒 A : 「うぐっ…!」 (-_-;)

2点を通る直線の式を求める(その2)

先生 : 「ところで, A 君, あなたは何を計算してたの?」

生徒 A : 「え~とですね。1 次関数だから, $y = ax + b$ とおいて, $(1, 2)$ を通るから $2 = a + b$ $(2, 8)$ を通るから $8 = 2a + b$

これを連立させて…」

先生 : 「日が暮れます…

はい、次、行きます。」

生徒A：「ちょっと、ちょっと！…
そりやないでしょ。」

神の声：「そうです。

A君のも、めんどろみてあげなさい。」

先生：「…」

実は、生徒Aの解法は、教科書では「～の方法”も”あります」
の”も”扱いなんです。(^_^)

”傾き”を求める解法の難しさ

しかし、しかし、ですよ…

速さなどの文章題などを解いていて、2点が複雑な分数になったとき…

2点の座標から傾きを求めることはかなり困難を極めます。

パタパタとまちがう生徒が出ます。

分子も分母も分数で、「手も足もでない」生徒が続出します。

たとえば、2点 $(-\frac{13}{7}, \frac{1}{15})$, $(\frac{17}{15}, -\frac{19}{14})$

を通る直線の式を求めようとするお話。

この直線の傾きは…

$$\frac{-\frac{19}{14} - \frac{1}{15}}{\frac{17}{15} - (-\frac{13}{7})}$$

と、なりますが…

”連立方程式”を使う解法の易しさ

こんな小難しいことはしないで、これを連立方程式で解きますと…

まず、求める式を $y = ax + b$ とおく。この直線は、

$$\text{点 } (-\frac{13}{7}, \frac{1}{15}) \text{ を通るから, } \frac{1}{15} = -\frac{13}{7}a + b \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\frac{1}{15} + \frac{13}{7}a = b \quad \dots \textcircled{1}'$$

$$\text{点 } (\frac{17}{15}, -\frac{19}{14}) \text{ を通るから, } -\frac{19}{14} = \frac{17}{15}a + b \quad \dots \textcircled{2}$$

$$-\frac{19}{14} - \frac{17}{15}a = b \quad \dots \textcircled{2}'$$

①' = ②' より

$$\frac{1}{15} + \frac{13}{7}a = -\frac{19}{14} - \frac{17}{15}a$$

両辺 × 210

$$14 + 390a = -285 - 238a$$

ストーン!と易しくなります。
最初は、どうなることかとおもっていたら
いつのまにか、すべて整数だけの方程式に変わっていました。

ん?
こっちの方がむずかしいって?
それは「主観の相違」です。
”いたしかた”ごさいません。

解法は1つではない!

1つの解法について、「道は裏にもある」ということです。
実は、この裏道のまたその裏道もあるんですが…。
例えば、傾きを表す分数の分子と分母に210をかけて、倍分すれば
いっきに傾きがだせます。
しかし、これは、これで知っている生徒はほとんどいないわけで…。
いずれにしてタイヘンなのです、この計算は…。
裏の裏の道も、「茨の道」でした。

連立方程式の等置法は強力なツールだ!

この連立方程式は「等置法」といって、代入法の特殊な形です。
教科書では扱っていません。
とりわけ、2直線の交点の座標を求めるときにはなくてはならないツールです。
これを知らないと、分数で加減法などというすごい計算をする生徒が出ます。

ま、解法としてはそれほど難しいわけではないのですけれども
生徒が考え出せるというものでもありません。
やはり、教えてあげなければなりません。

とにかく、座標から傾きを出す、という固定した観念を生徒に捨てさせること。
ある意味では、連立方程式による直線の式の解法は万能です。
最も広い応用力をもつ解法です。
だれでも使えます。
教室での「格差」をなくする解法です。
少し機械的で、傾きや変化の割合の意味が”ぼけ”ますけれど…。

だから、こういう応用力のある解法を知っている生徒Aは賢い!
…のかどうかはわかりません。
たまたま、それしか知らなかったりして…! (*^_^*)
でも、それでいいのです。
いい解法を知っていれば…。

多少時間はかかるにしても、
傾きがどうのこうのと暗算にたよってまちがえるよりは、ずっといい。
やはり、生徒Aは”賢い”…
ことに、しましょ。

”傾き”を求める解法の重要性

だからといって、2点の座標から傾きを求めることは知らなくていい、
といているわけではありません。

逆に、この考え方は、1次関数は当然として、3年の2次関数、高校の微分などの
いろいろな問題を解くときの強力な基礎ツールとなりますから、
生徒にきちんと教えておく必要があります。

大切なことは、2点を通る直線の式を求める問題では、
2つの解法を”並列で”覚えさせるのではなく、

まず、連立方程式の等置法で解く、

(式を見て、傾きが暗算で求まるときは、傾きを使った解法で解く)

*この場合の()は、この解法が補助的であることをイメージさせます。

と教えることです。

解法に”重み”をつけて覚えさせるのです。

そうしないと、解き方で”うろうろ”し、悩む生徒が出るからです。



では、教材の紹介です。

きょうは、であるからして、当然、

「連立方程式を使って2点を通る直線の式を求める」教材です。



◀●■【 まちがいができない教材 】■●▶

1次関数

No.17

6

1次関数を求めること(その3)

■ 2組の x , y の値から ■

クリック

1次関数に強くなる数学専門指導の数専ゼミ

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: (023)633-1086 / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp