

## 授業の実況中継\_\_048

2022. 12. 13 (火)

【中学2年数学】

1次関数

変化の割合の利用

## 「変化の割合」の思い違い(その1)

★問題★【1】

1次関数  $y = 2x + 3$  で、 $x$  の値が  $-2$  から  $3$  だけ増加するとき、 $y$  の値はどれだけ増加しますか。

1次関数における変化の割合の勉強です。

生徒A：「 $x = -2$  のとき、 $y = 2 \times (-2) + 3 = -1$

$x = 3$  のとき、 $y = 2 \times (3) + 3 = 9$

だから、 $y$  の増加量は  $9 - (-1) = 10$

答 10」

生徒B：（問題を見て、瞬時に）「6」

生徒A：「…???

どうしてすぐ分かるの…?

でも、答は10だよ。

暗算じゃ無理さ！」

**ジャンジャン！**

この対話、何がおかしいか、分かりますか？

分かる人は、「変化の割合」をとってもよく分かっている人です。

わからない人は…( \_ \_ ;)

まあ、いいことにしましょ。

一言だけ言い添えておきます…、 $-2$  はダミーです。落とし穴です。

10人中7～8人はこの落とし穴に落ちます。＼(\*^\_^\*)／

## 「変化の割合」の思い違い(その2)

★問題★【2】

1次関数  $y = -2x - 3$  について、 $x$  が  $1$  から  $3$  まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

生徒 A : 「 $x = 1$  のとき,  $y = -2 \times (1) - 3 = -5$   
 $x = 3$  のとき,  $y = -2 \times (3) - 3 = -9$   
 $x$  の増加量は  $3 - 1 = 2$   
 $y$  の増加量は  $-9 - (-5) = -4$   
よって, 変化の割合は  $-4 \div 2 = -2$   
答  $-2$ 」

生徒 B : (問題を見て, 瞬時に) 「 $-2$ 」

生徒 A : 「…???

今度は答は合っているけど,  
どうして, すぐに分かるの?」

**ジャンジャン!**

生徒 A, 「変化の割合」の意味はきちんとわかっているようですが…  
それが式のどの部分を表しているのかがいまいち理解できてないようで…。  
いっしょうけんめい”原理的”に「変化の割合」を求めています。  
これはこれで大切な技術なのですが…  
勉強時間の割に, 成績の伸びない典型です…!  
ここでは, 1 次関数の式の意味が問われているのです…! (\*^\_^\*)

「そんなことあるの…?」とお思いでしょうが…  
少し賢くない生徒に, この問題をやらせてみて下さい。  
生徒 A のように, 一生懸命に計算して, しっかりと間違えます。  
けっきょく, 「変化の割合」についての知識が半端なんですね。

生徒の混乱は, さらに続きます…。(\*^\_^\*)

## 「変化の割合」の思い違い(その3)

### ★問題★【2】

1 次関数  $y = -2x - 3$  について,  $x$  が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

問題【2】の学習はさらに続きますが…

生徒 C : 「変化の割合は,  $-4$ 」

先生 : 「どうして  $-4$  なの?」

生徒 C : 「 $x = 3$  のとき,  $y = -2 \times (3) = -6$   
 $x = 1$  のとき,  $y = -2 \times (1) = -2$   
 $-6 - (-2) = -4$ 」

先生 : 「 $-3$  はどうした?」

生徒 C : 「さっき, 先生は変化の割合は  
 $x$  の係数だけに関係すると言ったでしょ…。」

理路整然と間違えます。( \* ^ \_ ^ \* )

いや、まちがってはいいのですが、正しくはありません。

生徒C：「間違っていないのに、正しくないの？

…???

神の声：「そういうこともあるのです！」

生徒C：「…???

生徒C，生徒Aと同様に知識が”片肺”です。

知識が”抽象的”なのですね…，浮いているのです。

わかりますか，この知識のイメージ？

★

生徒D：「ぼくも，-4だけど…」

生徒C：「な！，な！，そうだろ？」

生徒D：「きみとは，ちと考え方はちがうけど…

$x$ が1つ増えると-2増えて， $x$ が2増えたから $-2 \times 2 = -4$ 」

やはり，理路整然と間違えます。( \* ^ \_ ^ \* )

ようするに，「変化の割合」と「 $y$ の増加量」が

ごちゃごちゃになっているのですね。

(2次関数の変化の割合の世界では，これがもっとひどくなりますが…)

しかし，話を誇張しているわけではありません。

これが生徒の現実なのです。( \* ^ \_ ^ \* )

## 「変化の割合」の正しい意味

変化の割合とは，

$x$ が1増えたときの $y$ の増加量であり  
式の上では $x$ の係数である

これですべてであり，これ以上でもこれ以下でもありません。

- ・「速さ」をはじめ，「一定時間に水そうに入る水量」などの単位当たり量，
- ・「直線の傾き」

などの応用問題で使う変化の割合もすべて上の知識から導くことができます。

「変化の割合」は，その”本質”をきちんと理解させておかねばなりません…

”本質”は常に具体的なものです。

わかりますか，せんせ…？

「弁証法」ですよ！

## 「変化の割合」の正しい意味を教える教材の紹介

「変化の割合の意味」をきちんと理解させる教材を紹介しましょう。  
ていねいに、ていねいに、さらにしつこくていねいに説明してあります。

しかし…

#### ■ 少しだけしか賢くない生徒は

軽く読み流して、変化の割合と $y$ の増加量を混同します。  
変化の割合を正直に、苦労して計算し、しっかりとまちがえます。

変化の割合を求める計算をしてはいけない、と言っているのではありません。  
むしろ、きちんと計算で確かめることができる力は大切です。

- ・なぜ、 $x$ の係数が1次関数の変化の割合に等しいのか
  - ・それは、どんな場合にも( $x$ のどの変域においても)言えるものなのか
- これらを、文字を使った一般式で証明できなくてはなりません。

ここは生徒に押しつけてはいけないところです。

(これは、これで2次関数の変化の割合を求めるときに、有効な計算技術になる【考え方】だからです。)

#### ■ 1語1語味わって学習する生徒は

決して「ばか」なまちがいはしません、のはずなんですが…

なかには、黄色、ピンク、緑、赤、黒、?!…

カラフルにマーカーで説明文を染めて…

しっかりと間違える生徒もいます…

(黒とか白は、何なでしょ?)

我々にはとっても理解できない世界です…# \$ % & ?)

どこが重要なのか、分からないと思うのですがねえ、これでは…! (\*^\_^\*)

こういう生徒もけっこういます。

とくに、デザインのような丸文字をていねいに書く”アート系”の女の子。

答案の端に小さな、小さな数字で書いた計算でも、しっかりと消す”美意識の強い”男の子。

いるでしょ!、せんせ。

こういう生徒。(\*^\_^\*)

ラインの引き方ということも指導しなければならないのでしょう。

できるだけ、引かないこと、最後の最後まで引かないこと

それでも引きたい誘惑からのがれることができなかつた語句

それが、あなたにとっての超重要知識にちがいません。



ともあれ、そういうことで…

今すぐ、印刷してそのまま授業に出して使える教材を紹介しましょう。



◀●■【 まちがいができない教材 】■●▶

1 次関数

No. 8

**3** 1次関数の値の変化（その2）

■ 変化の割合の利用 ■

[クリック](#)

## 1次関数に強くなる数学専門指導の数専ゼミ

### 数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: [suusen@seagreen.ocn.ne.jp](mailto:suusen@seagreen.ocn.ne.jp)

### 数専ゼミの授業は個別指導です

【注】 ■●▲

数専ゼミの実際の授業は1対1の個別指導ですから、上で紹介したような集団授業ではありません。ただ、個別指導の場面では、上のように問題を解く過程の生徒と先生のダイナミックな会話は生じませんので、指導のプロセスをデフォルメするために、集団授業の場面にアレンジして紹介しました。