

授業の実況中継__046

2022.12.9(金)

【中学2年数学】

1次関数

「1次関数」の意味の指導

1次関数に入ります。
突然ですが、問題です。

毎時 χ kmの速さで40分走ったときの距離は y kmです。 y を χ の式で表しなさい。

40分間走って東広から名古屋まで行けるの？

生徒A：「 $き = は \times じ$ だから、 $y = 40\chi$ 」

*生徒A、「は・じ・き」を使っていますね。
危ないです！（間違うよ、という意味ですが…）
案の定

先生：「ダメ！」

生徒A：「せんせ、ダメはないでしょ。
なんか言い方があるように思うんですけど…」

先生：「失礼！、でもダメ！」

生徒A：「…ムっ！」

先生：「たとえば、だ。
時速6kmで40分間走ると、 $y = 40 \times 6 = 240$ (km)
時速6kmは駆け足くらいの速さだぞ。
40分くらい走ったところで、
とても240kmも行けるとは思えないが…
240kmといえば、東京から名古屋、東京から福島までだぞ…」

生徒A：「…う～ん、それもそうですけど…！」

先生：「常識の問題だな、だから、ダメ！」

生徒A：「…(-_-;)」

ジャンジャン！

1次関数をめぐる”迷走”は続く。

一次関数の授業シーン(その1)

ともなって変わる量の復習です。

1年次に、「比例」の単元で学習しています。

しているはず…

しているはず，で・す・が…

【問題】

980m離れた店に買物に向かった。家を出発してからの時間がたつにつれて、店までの距離がどのように変わるかを調べたい。店に向かう速さを分速70mとし、家を出発して x 分後の店までの距離を y mとすると、対応する x 、 y の値を下の表に記入しなさい。

生徒Aの答案

x (分)	2	4	6	8	10	12
y (m)	140	280	420	560	400	840

この生徒A，問題をまったく読んでいません。

しかし、この種の問題をやらせると、8割の生徒は上のような答を書きます。

距離は「減らない」という常識が、このように考えさせるのですね。

正解は、こちらです。

x (分)	2	4	6	8	10	12
y (m)	840	700	560	420	280	140

一次関数の授業シーン(その2)

【問題】

次の場合、 y は x のどのような式で表されますか。また、一次関数であるものには、() 内に◎印をつけなさい。

- (1) 毎時 x kmの速さで40分走ったときの距離は y km
- (2) 周が $8x$ cmの正方形の面積は y cm²

生徒K：「(1) $y = 40x$ (◎)
(2) $y = 2x^2$ ()」

(1) これは圧倒的多数派の答案です。

「距離＝速さ×時間」の”形而上学的”適用です。

速さは「単位」との勝負なのです。

負け、です。

速さの問題では、単位は速さにそろえる、というのが基本です。

この問題では、速さの χ が km/時 ですから、これにそろえます。

$$40 \text{ 分} = 40 \times (\text{分}) = 40 \times \left(\frac{1}{60} \text{ 時} \right) = \frac{40}{60} \text{ 時} = \frac{2}{3} \text{ 時}$$

単位変換のこの思考プロセスは、暗記をさけ、基本単位でのみ単位変換をさせる最も応用力の広い考え方です。

すべての単位変換で使えます。

めんどくさがる生徒をなだめすかしながら書かせます。

(2) もよく見られる答案です。係数が無視されています。

というより、これやはり公式の”形而上学的”適用の悪弊です。

次のような問題で、象徴的にこの傾向が現れます。

「静かな水面に石を投げ入れたとき、同心円の波紋ができる。一番外側の波紋の半径が毎秒 0.8 m ずつ大きくなる時、次の問いに答えなさい。

(1) 石を投げ入れてから χ 秒後の一番外側の波紋のえがく円の面積を $y \text{ cm}^2$ とする。 y を χ で表しなさい。」

圧倒的多数の生徒の答案は、 $y = 0.8 \chi^2$ です。

最短で最大の効果を引き出す計算指導

計算問題などで、演算が成立する理由（分配法則、等式の性質等々）をきちんと理解させることなく、100題とか200題の機械的繰り返しをさせると、このような”形而上学的”思考方法が習慣化します。

計算力は身についたとしても、公式に頼ろうとする思考が優先し、応用問題の分野で弊害が現れます。

計算分野で成功体験が強いほど、弊害を取り除くことは困難になります。

「計算バカ」が生まれます。

ただし、逆は必ずしも真ではありません。

計算も強いが、応用問題にも強い生徒は、当然います。

誤解してはいけないこと…

計算が強いから応用問題が強いではありません。

応用力が強い（原理・原則をきちんと理解している）から計算にも強いのです。

こういう生徒は、勉強時間がとても少ない。

「彼はあまり勉強している様子がないのに…」とは、よく聞く話です。

当然です。200題も練習はしません。

3～4題を解いて、200題に通用する「考え方」を覚えてしまうからです。

なぜ÷分数は、×逆数と計算してよいのか…

2～3題、じっくりと納得させながら学習させるならば

$6 \div \frac{9}{10} = \frac{1}{6} \times \frac{9}{10}$ などというバカな計算は”絶対に”しないのです。

もちろん、これは象徴的な例えですが…。

あらゆる分野で言えることです。

きょうは、先生も神様も出番のないほど”シリアスな”問題でした。

次回はどうなることやら…？

式の上から1次関数を式の上で判別する問題(予告)

次回は、式の上から1次関数を式の上で判別する問題での諸問題を扱います。

式を $y = \sim$ の形に変形する必要上、等式変形が必須となります。

このシーンでは、抱腹絶倒、空前絶後の珍答が現れます。

- ・ 移項で絶対に符号を変えない頑固な生徒…
- ・ 分数の加減はすべて仮分数にしないと気がすまない生徒…
- ・ 絶対、分母を払わないで、最後まで分数の加減を貫くわけのわからない生徒…
- ・ いつも左辺だけ分母を払う変な生徒… (等式の性質が分かっていません)
- ・ b を左辺にもってくることに、かたくなに固執する生徒…
(b は切片を出す計算ですが、右辺に置いた方がはるかに易しい)
- ・ 両方とも $y = \sim$ の形の式なのに、一方の式を $x = \sim$ に変形して他の式の x に代入する几帳面？な生徒…
(学校で教えたのは、加減法と代入法で、等値法を使うのはこの生徒にとっては違法なのでしょう…)

珍な現象は、数限りなくあげることができます。

等式変形シーンには、その生徒の人間性が出ます。

おもしろいといえば、おもしろい領域です。



さて、次回からは、これらの癖がなぜ悪いのか、原因は何なのか

等々について、ひとつずつ検討を加えていく予定です。

指導、あるいは教材の欠陥が見えてきます。

「1次関数の意味」を教える教材の紹介

きょうは、1次関数の最初ということだ

日常生活の中から、1次関数を見つけ、式に表す問題についての教材を紹介しましょう。

1次関数とは何か、という1次関数の本質を理解をさせる超重要教材です。

だれもが嫌いな1次関数の応用問題の基本の基本の学習です。

すべての始まりです。

ここから、1次関数の大樹が育ちます。
ここをまちがえて植えると、1次関数は「枯れ」ます。
要注意！



◀●■【 まちがいができない教材 】■●▶

1次関数
No. 2

1 1次関数（その1）
■ 1次関数の意味 ■

[クリック](#)

1次関数に強くなる数学専門指導の数専ゼミ

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp

数専ゼミの授業は個別指導です

【注】 ■●▲

数専ゼミの実際の授業は1対1の個別指導ですから、上で紹介したような集団授業ではありません。ただ、個別指導の場面では、上のように問題を解く過程の生徒と先生のダイナミックな会話は生じませんので、指導のプロセスをデフォルメするために、集団授業の場面にアレンジして紹介しました。