# 授業の実況中継＿042

2022.12.1(木)

【中学２年数学】

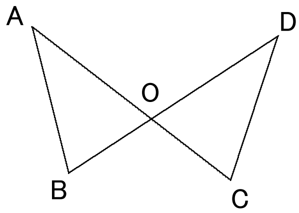
図形と合同　証明の形式(2)

このテーマでは，２回目の授業です。

お勉強を始めましょう。

■合同の証明をめぐる名答，いや「迷答」のお話です。

右の図で，ＡＢ＝ＤＣ，ＡＣ＝ＤＢである。
このとき，∠Ａ＝∠Ｄであることを証明しなさい。

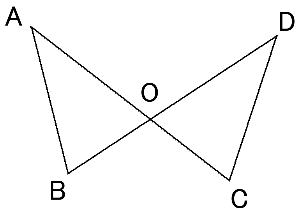



## 合同条件をでっちあげる(その１)

生徒Ａ：「角相等の証明は，
その対応する角をふくむ三角形の合同を証明して…
でしたね，センセ！」

先生：「…」

生徒Ａ：「△ＡＢＯと△ＤＣＯで
仮定から，ＡＢ＝ＤＣ
ＡＣ＝ＤＢ
対頂角だから，∠Ｏ＝∠Ｏ
２辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△ＡＢＯ≡△ＤＣＯ
合同な三角形の対応角は等しいから
∠Ａ＝∠Ｄ
証明おしまい！」




先生：「ばっか！」

生徒Ａ：「(*_*)！
*ほへ！*」

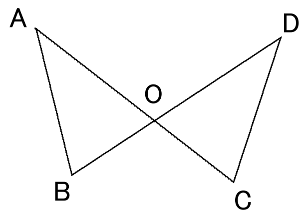
笑ってはいけません。

けっこういるのです，こういう証明する生徒。

先生：「めちゃくちゃだな，こりゃ！
大切な点を２つだけ言っとく。
(1) △ＡＢＯに辺ＡＣなどないし，△ＤＣＯに辺ＤＢなどない。
(2) ∠Ｏといっても，書いている人はわかても
読んでいる人はどの角なのかわからん。」

## 合同条件をでっちあげる(その2)

生徒Ａ：「…？
じゃ，もう一回いく。
リベンジ！**シュワッチ！**
△ＡＢＯと△ＤＣＯで
仮定から，ＡＢ＝ＤＣ
ＢＯ＝ＣＯ
対頂角だから，∠ＡＯＢ＝∠ＤＯＣ
２辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△ＡＢＯ≡△ＤＣＯ
合同な三角形の対応角は等しいから
∠Ａ＝∠Ｄ
こんどはどうです，センセ？」

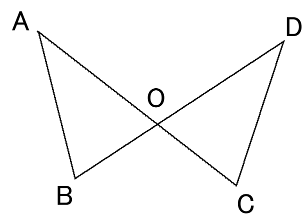



先生：「もう一度，激しく…
***バッカ！，バッカ！，バッカ！，***」
生徒Ａ：「もう一度，驚いて，
*ほ・へ・！　ほ・へ・！　ほ・へ・！*」
先生：「ＢＯ＝ＣＯって
どこから持ってきたの？」
生徒Ａ：「…！？
なんとなく，そんなになりそうでしょ，センセ？
わかっているくせに…！」
先生：「う～っ？？？
…」

苦し紛れに，等しい辺や角をでっちあげるのは生徒の常套手段です。
仮定や図形の性質などな～んも考えていません。
等しくなってほしい願望だけが優先するのです。
等しい理由を書かなければならないときは「仮定」と書いて知らん顔。
「その仮定って，問題文のどこに書いてあるの？」
と聞いても，ニコニコするだけです。
そもそも等しくはないのだから理由など書きようがないのですね。
でっちあげるしかありません。
「うん，うん」とうなずいておられる先生はベテランですナ！

# 正しい証明の考える手順は

先生：「要するにだ！
証明すべき∠Ａ＝∠Ｄの
∠Ａと∠Ｄを含む三角形ならどこでもいいわけだからして…
しかも，仮定のＡＢ＝ＤＣ，ＡＣ＝ＤＢは，
ありがたく使わせいただくことにすることにして…
とすれば，合同な三角形を作ってしまえばええ！
つまり，ＢとＣを結ぶ。
作図だな。
３辺相等の合同な三角形ができるだろうが…！」




# ˝詰め˝でコケる人もいる！

生徒Ａ：「じゃ，センセの言うとおりに…
証明してみんね…
ＢとＣを結ぶ。
△ＡＢＣと△ＤＣＢで
仮定から，ＡＢ＝ＤＣ
ＡＣ＝ＤＢ
作図より，ＢＣ＝ＢＣ
３辺がそれぞれ等しいから
△ＡＢＣ≡△ＤＣＢ
合同な三角形では，対応する角の大きさは等しいので
∠Ａ＝∠Ｄ
これでカンペキで・す・ね，センセ！」

先生：「はい，と言いたいけど…
ダメ！」
生徒Ａ：「**ほへ！**
…！？」
先生：「ＢＣ＝ＢＣ…？
対応してないでしょ？」
生徒Ａ：「おう！
猿も木から落ちた。
ＢＣ＝ＣＢでした！」

このように木から落ちる猿がたくさんおります。
「対応」には目を光らせてくださいよ，センセ！
よそ見していると何をしでかすかわかりません，近頃の生徒は！

# ˝「証明」の˝一般形式˝を教えること

さて，この問題は解決しました。
しかし，まだ，証明とは何をどのような順序で考えればいいのか，
証明はどのような手順で書けばいいのかの「一般ルール」はわかりません。
実は，生徒がほしがっている知識は，この「証明の一般ルール」なのです。
個々の証明問題は，説明を聞いてその証明の理解はできます。
しかし，それの証明を１から自分で組み立てることはできません。
組み立てる方法を知らないからです。
あるいは，たとえ組み立てたとしても，
生徒Ａのように恣意的，支離滅裂に思いついたまま証明を進めます。
かなり賢い生徒でもはやり，３角で合同を証明したりもします。
ほんとうです。
「３角が等しい。よって，△ＡＢＣ≡△ＤＥＦ」
などという答案はざらです。

## "参考書"で「証明」を学ぶことはできない

畢竟，参考書や問題集の解答欄を見てください。
一言，「わからん！」
いや，１行，１行はわかります。
しかし，全体の論理の組立の理由がわかりませんし，問題ごとにちがった論理で証明しているようにも見えます。
ただ，思いつくままにだらだらと図形の性質やら仮定を並べているようにしか見えません。
こんな参考書や問題集を学習しているかぎり，論証する手順を学び取ることなどできるわけがありません。
生徒にとっては，証明はいつまでも闇の中で，不可解そのものです。

## 「証明の一般形式」を教える教材

そこで，数専ゼミの証明教材では，すべて，
すべてですよ，
証明に形式を与えて証明させます。
証明は，この形式に問題の条件（仮定や共通）や図形の性質を流し込むことによって
自動的に完成できるようにしてあります。
これが「証明の一般ルール」であり，形となります。
ほんとかね？
と疑惑をもたれる方は，是非数専ゼミの証明教材をご覧ください。
「なるほど」と納得できるはずです。
で，今回は，この「証明の基本形式」を学習させる教材を紹介しています。
あ，言っておきますが…
「合同の証明の基本形式」は１つです。
１つですから猿も混乱しません。
全国の猿，いや生徒に好評ですので，ぜひ学習させてみてください。
受けること，必定です。(*^_^*)！

# 次回は…

さて，次回は，「対応の混乱をひきおこす典型問題」と生徒Ａが格闘します。
抱腹絶倒，まさか，そんなばかな…
あらゆる「混乱」まるだしの格闘です。
いや，実際，教室でも日々起こっているまちがいですよ。
じっくりと拝見しましょ。(*^_^*)！

◀●■【　まちがいができない教材　】■●▶

| | | |
|---|---|---|
| 平行と合同 | 4　証明の形式（その１） | |
| No.２０ | ■　証明の基本形式　■ | クリック |

## 合同の問題に強くなる数学専門指導の数専ゼミ

**数専ゼミ・山形東原教室**
〒990－0034　山形市東原町二丁目10番8号
TEL:(023)633－1086　／　FAX.(023)633－1094
メールアドレス：　suusen@seagreen.ocn.ne.jp

## 数専ゼミの授業は個別指導です

【注】■●▲

数専ゼミの実際の授業は１対１の個別指導ですから，上で紹介したような集団授業ではありません。ただ，個別指導の場面では，上のように問題を解く過程の生徒と先生のダイナミックな会話は生じませんので，指導のプロセスをデフォルメするために，集団授業の場面にアレンジして紹介しました。