

授業の実況中継__041

2022. 11. 30 (水)

【中学2年数学】

図形と合同

証明の形式(1)

合同の授業は続きます。

「ふつう」の生徒ならば、だれでも1度陥る合同の落とし穴！
 というべき、いくつかの不思議な問題を紹介しましょう。

■「証明の形式」と「結論を合同条件として使ってしまう」ということ…

$\triangle ABC$ で、 $AB = AC$ ならば、 $\angle B = \angle C$ であることを、三角形の合同条件を使って証明しなさい。

よくある証明

生徒A：「…！？

いきなり、
わ・か・り・ま・し・えん！」

先生：「こりゃ、

わからんわな！
 角や辺が等しいことを証明する手順は
 三角形の合同→対応角（辺）
 が定石なのに、
 証明すべき合同な三角形がない、もんな！」

生徒K：「なければ、

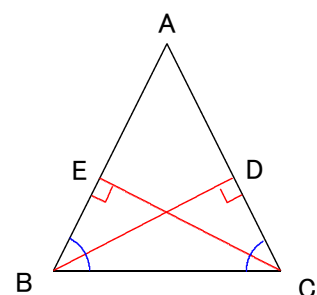
三角形を作ろうよ！」

先生：「おう！

賢い！」

生徒K：「 $\angle B = \angle C$ を証明するのだから

$\angle B$ を含む三角形と
 $\angle C$ を含む三角形
 とがあればいいわけだからして…
 右図のように、 B 、 C からそれぞれ
 対辺へ垂線を下ろす。
 $\triangle DBC$ と $\triangle ECB$ で



垂線をひいたのだから、 $\angle BDC = \angle CEB$
共通で、 $BC = BC$
二等辺三角形の底角は等しいから、 $\angle ECB = \angle DCB$
よって、直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから
 $\triangle DBC \cong \triangle ECB$
対応する角だから $\angle B = \angle C$
証明おわり！」

生徒A：「直角三角形の斜辺と1つの鋭角って何？」

生徒K：「直角三角形の合同条件。」

生徒A：「…！？

何、それ？」

先生：「直角三角形の合同条件など、まだ学習していないでしょ？」

生徒K：「…！」

でも、知っとる！

塾で習った。」

先生：「う～ん！

ここではだな、

直角三角形の合同条件は、知っていないという条件で証明することを
考えてほしいんだけど…！」

生徒K：「知っ **ちゃ**、悪いの？」

先生：「いや、

そういうわけではないんだけど…」

先生、「**ちゃう**」言葉で威嚇されて、しどろもどろです。

いるんですね、こういう生徒。

先走って、いいかげんな知識を振り回す…

生徒Kの証明、実に変ですよ。

いや、明らかにまちがっています。

しかも、典型的なまちがいをきちんといくつか含んでいます。

センス、そこから責めんといかんがね。

”結論”を合同条件に使う生徒

先生：「はい！

まあ、知っていていいけど…

いや、すごいことを知っとるねえ。

えらい！えらい！ **Pachi! Pachi!**」 \ (^o^)/

生徒K：「…(_ -;)」

先生：「ところで、合同条件として、

”二等辺三角形の底角は等しいから、 $\angle ECB = \angle DCB$ ”

と書いているけど、

これって、証明することだから

まだ、わかっていないことじゃないの？」

生徒K：「…！？

うぐ！

でも、等しい！」

先生：「だからさ、

合同になれば、等しくなるんでしょ？

まだ、合同であるかどうかわからないから

等しいかどうかはわからないでしょ？」

生徒K：「ほへ！

なるほど。

すると、この証明は、”ごあさん”だな！」

生徒A：「”ごあさん”って何？」

生徒K：「…！？

知らんの？」

生徒A：「知らん！」

生徒K：「そろばん言葉でだな…

要するに、チャラにすることだ。」

生徒A：「チャラか、

なるほど、了解！

”なかったことにしてくれ”ってことだな。」

生徒K：「そう、そう。」

先生：「この証明は、直角三角形の合同条件を学習するときに、

きちんと勉強するから、それまで保留ということにしとこ！」

生徒K：「は～い！」

”証明”って何をすることなんだろう？

生徒A：「それは、それでいいけど…

この証明さあ、

何をしているのかよくわからんねエ。

センセ、証明って何することなの？」

これはするどい質問です。

証明の本質を問うているのですよ、センセ！

”参考書”で「証明」を学ぶことはできない

参考書や問題集などの証明を見てください。

なにやら書いた人だけがわかるようなダラダラした文が並んでいます。

問題ごとにみ～んな証明の形式が違うのですね。

これでは、生徒は問題の数だけ証明の仕方がある、と誤ってしまいます。

だから、生徒にとっては、証明は「混沌」、さしかないのであり、

「証明って何をすることなのだろうなあ」となるわけです。

こんな状態で、「証明せよ」といわれても証明などできるわけありません。
だから、だれもかれも証明が不得意になってしまうのですね。
不得意な科目って、やる気をなくするものでして…
答案も”ぞんざい”です。

生徒の「証明」の答案の実際

畢竟、生徒の証明の答案を見てください。
何を言っているのかわからないし…
合同条件など好き勝手に使っているし…
文字はきたないし…
クサイし…???
だから、採点の時間は食うし…
採点する方こそやる気をなくしてしまいます。

「うん、うん」とうなずいておられるセンスは同志です！
ん？
こういうのは「同志」とは言わない？
そうですね、
別に「こころざし」を同じゅうしているわけではないですからねエ。
まあ、何でもいいですけど…！(^_^;)！

証明の教え方の基本

だから、何はともあれ、

- (1) 証明とは何をすることなのか、をしっかりと理解させること
- (2) 証明の手順、つまり統一形式（どの証明でも使える普遍性をもつ証明書式）
を与えてあげること

この2点について、生徒の元に残る形（板書ではなく）で生徒に提供してあげなくてはなりません。つまり、教材化して生徒にこれを学習さなければならないということです。

★

先生：「証明とはですねエ…」

数専ゼミのプリントNo.19にとっても詳しく紹介してあります。

…生徒Aはこのプリント（No.19）を学習してます…

先生：「…ということだな。」

生徒A：「なるほど！

そういうことか！

よ〜くわかりました。

これ、よ〜くわかりますね。

センスが作ったの？」

* コマーシャルも1つ入れさせて
いただいております…(*^_^*)

「証明とは何をすることなのか」がよくわかる教材

さて、きょうは、(2)「証明の統一形式」のお勉強に入る前に、
(1)そもそも「証明とは何をすることなのか」について学習する教材を紹介しましょう。
生徒Aでもわかる教材です。
きっと、どの生徒にも
「証明とは何をすることなのか」をわかっていただけることと思います。



今回は、では、その証明はどのように進めていくのか、
いわゆる、証明の思考パターンを学習する教材を紹介します。
たった1つの形式ですべての合同の証明をやっつけます。
生徒は、証明の方法を1つ覚えるだけです。
1つというのは「混乱」しない、ということです。
1つというのは決定的に覚えやすいということです…!(*^_^*)



◀●■【 まちがいができない教材 】■●▶

平行と合同
No.18

3 証明のすすめ方(その4)

■ 証明とは何をすることか ■

クリック

合同の問題に強くなる数学専門指導の数専ゼミ

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: (023)633-1086 / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp

数専ゼミの授業は個別指導です

【注】■●▲

数専ゼミの実際の授業は1対1の個別指導ですから、上で紹介したような集団授業ではありません。ただ、個別指導の場面では、上のように問題を解く過程の生徒と先生のダイナミックな会話は生じませんので、指導のプロセスをデフォルメするために、集団授業の場面にアレンジして紹介しました。