

授業の実況中継__035

2022. 11. 23 (水)

【中学2年数学】

図形と合同

矢形の問題

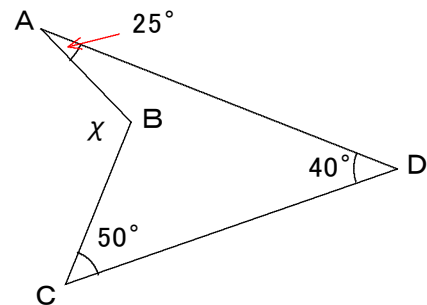
突然ですが、授業中…

角度を求める問題というのは、前回でご紹介したように、遊べるものがけっこうあります。

きょうもそのうちの1題を生徒と遊びます。

いわゆる、「矢形の問題」と言われるものです。

右の図で、
 $\angle \chi$ の大きさを求めなさい。



生徒 A : 「三角形の角度を求める問題ですね。」

先生 : 「え？」

どこが三角形なの？」

生徒 A : 「三角の形をしている…」

先生 : 「…！」

生徒 A : 「三角形じゃないの？」

先生 : 「じゃあ、辺の数はいくつ？」

生徒 A : 「…！？

4つだ！

四角形…？」

でも、三角形っぽい、超まぎらわし！」

右の図を三角形と思っている生徒…

いないとは限りません。(*^_^*)!

矢形の問題の解き方(その1)

生徒 A : 「四角形なら、内角の和 360° と使わんといけんでしょ。」頂点 B の内角は $(360 - \chi)^\circ$ だから、

これを使って、内角の和を表すと

$$50 + 40 + 25 + (360 - \chi) = 360$$

これを解いて、 $\chi = 115$

答 $\angle \chi = 115^\circ$

ちゃ〜んと、四角形で解きましたよ、センス！

超まぎらわしいけど！

…、でも、どうしても三角形に見える！

こまった！(^_^;)」

先生：「う〜ん！

きちんの復習してるね、

習ったことをうまく使って問題を解くことは
数学の基本です。

みなさんも、よくまねをしましょうね。」

生徒達：「は〜い！」 Pachi! parapara …

矢形の問題の解き方(その2)

生徒B：「ボクは、こういうまぎらわしい四角形は、
ほんとうに三角形にしちゃう！ (^_^)v

AとCを結ぶ。

$\angle BAC = a$ 、 $\angle BCA = c$ とおく。

$\triangle DAC$ で、三角形の内角の和は 180° だから

$$(a + c) + (50 + 40 + 25)^\circ = 180^\circ$$

よって、 $(a + c) = 65^\circ$

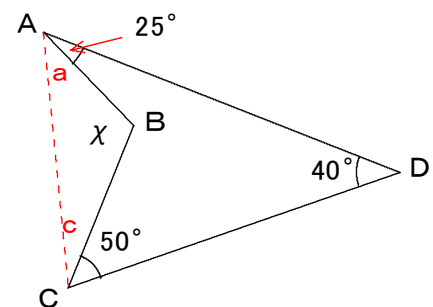
$\triangle BAC$ で、

$$\chi + (a + c) = 180^\circ$$

$$\chi + 65^\circ = 180^\circ$$

$$\chi = 115^\circ$$

答 $\angle \chi = 115^\circ$



四角形のことなんか、な〜んも考えないで解けた！

こういうのを”自分の土俵で相撲をとる”というの。

Go My Way とも言う。(*_^*)」

生徒達：「…」

矢形の問題の解き方(その3)

生徒C：「対抗上、意地でも別な三角形を作らねばならんな！

Bは付け加えて三角形をつくったから、

ぼくは2つの三角形に分ける。

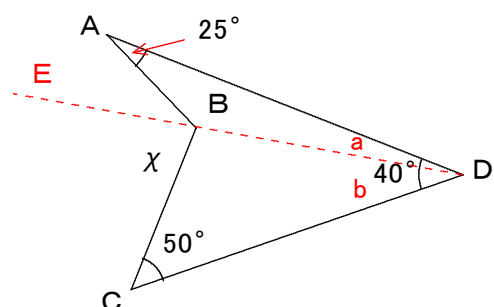
DとBを結び、その延長をEとする。

$\angle ADB = a$ 、 $\angle CDB = b$ とおく。

$\triangle ADB$ で、三角形の外角は隣り

合わない内角の和に等しいから

$$\angle ABE = \angle DAB + \angle BDA$$



$$= 25^\circ + a$$

同様に、 $\triangle BCD$ で

$$\angle CBE = \angle BCD + \angle CDB$$

$$= 50^\circ + b$$

$$\angle ABC = \angle ABE + \angle CBE$$

$$= 25^\circ + a + 50^\circ + b$$

$$= 75^\circ + (a + b)$$

また、 $(a + b) = 40^\circ$ より、

$$\angle ABC = 75^\circ + 40^\circ$$

$$= 115^\circ = \chi$$

答 $\angle \chi = 115^\circ$

できた！

要するに、 $\angle \chi$ の大きさは、3つの内角の和だということ！

それだけで、あとな、な～もない。」

そうですね。

矢形の問題で求角するとき、答は瞬時に出るのです。

3つの内角の和を求めればいいのです。

だから、テストで、求角問題として矢形の問題を出題するのは、

”救済”問題となります。

だれでも得点できますから…。

矢形の問題の解き方(その4)

生徒D：「う～ん！

三角形に切るとしても、切り方がいろいろあってもいいような…！

こんなのどうですか、センス。

辺ABを延長し、辺CDとの交点をFとする。

$\triangle AFD$ で、三角形の外角は隣り合わない内角の和に等しいから

$$\angle AFC = \angle DAF + \angle FDA$$

$$= 25^\circ + 40^\circ$$

$$= 65^\circ$$

同様に、 $\triangle BCF$ で

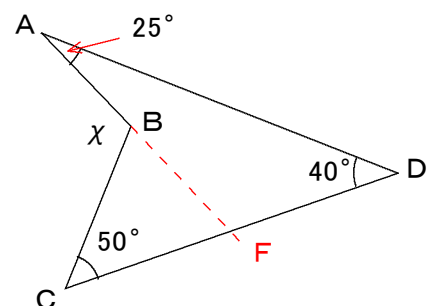
$$\angle ABC = \angle BCF + \angle CFB$$

$$= 50^\circ + 65^\circ$$

$$= 115^\circ$$

答 $\angle \chi = 115^\circ$

できた！」



★

生徒A：「そんなの、ボクもできる…

辺CBを延長して辺ADとの交点をFとする…」

先生：「そんなのダメ！

Dと同じじゃないか！」

生徒 A : 「(*_*)…！？
(-_-;)Shun!」

矢形の問題の解き方(その5-ウルトラC)

先生 : 「もう、で・な・い・か・なっ？」

では、超ウルトラ、プロの解法をお見せしましょう！」

生徒達 : 「ほ〜っ！

なんだろ？

みたい！みたい！」

先生 : 「これまでのみなさんの答案では…

$\angle \chi$ の大きさを、四角形や三角形の「内角」を使って求めています、
四角形の「外角」を使って求めることはできないでしょうか。」

生徒 A : 「できる、できる。

それぞれの外角を求める、

多角形の外角の和は常に 360° だから、

$$140^\circ + 155^\circ + \chi + 130^\circ = 360^\circ$$

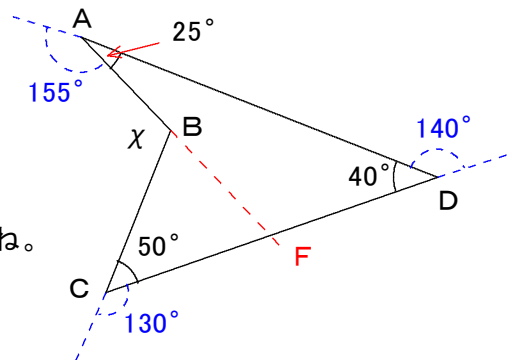
これを解いて、 $\chi = -65^\circ$ …？

あれっ？

$\angle \chi = 115^\circ$ にならない、

しかも、角度がマイナスだ？

なんじゃろ、これ!？」



こういうのを形而上学的思考というのですね。

たびたび登場しました。

「こと」の本質を考えないで、

表面的な現象だけを見て

恣意的に考えることをいいます。

だから、正しい場合もあるし、間違っている場合もあります。

先生 : 「いいですか！

A君の答案には、1つだけ間違っている部分があるのですが…

それはそれとして、A君の答案をもう少し先へ進めてみます。

$$180 - 65 = 115$$

$$\angle \chi = 115^\circ$$

どうです、ちゃ〜んと答が出たでしょ！」

生徒達 : 「# \$ % & ! ! ? ? …」 (*_*)

Pokara...n!

さて、読者諸氏！

A君の間違いはわかりますか。

また、先生は、A君の間違いをどのように利用して正解へ導いたのか…

わかりますか。

ここまできると、遊びの領域に入りますが…
生徒に「外角」の固定観念を捨てさせる教材として使えます。
「外角とは内でない角」程度の理解では、この問題は解けません。
「角度」の量としての本質を理解していないと解けません。
さて、読者諸氏もいっしょに悩んで下さい。
解答は、次回のお楽しみということで…

「矢形の問題」の教材と指導法

まず、教材だけを紹介しておきましょう。
「矢形の問題の4つの解法」を説明するトレーニングペーパーです。

- ・時間があれば、《演習》問題だけを提示して、生徒に考えさせます。
生徒は、けっこう楽しんで解きます。
それぞれの問題には、問題中に解法の方角付けがしてあります。
- ・時間がかかるようでしたら、《ガイド》を使って学習させます。
解法のプロセスをガイドしています。
まず、解法のプロセスを理解させます。
その後で、それを覚えさせます。
覚える方法など指導する必要はありません。
そんなもの個人差がありますから、指導されると迷惑です。
要するに、「解法プロセスを再現できること」
—この目標を達成することに集中させます。

こうした練習をさせると…
三角形の内角、外角に関する求角問題など
特に練習しなくともすらすら解けるようになります。
ためしてみてください。



◀●■【 まちがいができない教材 】■●▶

平行と合同

No. 8

2 平行線と角（その5）

■ 三角形の内角と外角を使った求角問題② ■

[クリック](#)

角度の問題に強くなる数学専門指導の数専ゼミ

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp