

## 授業の実況中継\_\_033

2022.11.17(木)

【中学1年数学】

方程式

速さ:往復する問題(2)

## 「速さの平均」!多くの生徒は次のように考える…

方程式の授業です…

甲地こうから乙地おつを往復するのに、行きは毎時6km、帰りは毎時4kmの速さで歩き、往復に要した時間は2時間30分でした。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 甲地と乙地との距離を求めなさい。
- (2) 往復の平均の速さは毎時何kmですか。

先生:「(1) 行きます。」

生徒A:「は〜い!

甲地と乙地との距離を  $x$  kmとし、  
往復の所要時間を計算する等式をつくりま〜す。

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{4} = 2.5$$

速さの問題は”単位との勝負”でしたね、センセ!  
ちゃ〜んと、2時間30分は2.5時間にしました。  
この方程式を解いて、 $x = 6$

答 6 km

よ〜し!

先生:「おい、おい、

どうしたの、きょうは。

だいじょうぶかい?」

生徒A:「…?!

どこか違うの?」

先生:「いや、

あんまりすらすら解いたもんだから…」

生徒A:「**むっ!**」

先生:「ここまでは、だれでも解ける!」

生徒A:「…ん?

…」(---;) *Shun!*

先生:「もんだいは(2)だな!」

生徒 A : 「んなあ、わけない、わけない。  
”平均は合計を個数で割る”でしょ、センス？」

先生 : 「…！」

生徒 A : 「だから、往復の平均の速さは  
 $(6 + 4) \div 2 = 5$   
5 km/時だ。  
バッシチシ！」

感心しててはいけません。まちがいなんですよ！



ここは、生徒 A を責めてはいけません。

この答えは生徒の多数派です。

他の生徒も説得できる論理です。

「そうですね」の先生の一言で、次の問題へ移れる答案です。

これに異を唱えると、他の生徒から白い目でみられます。

あなた、「ガリレイ」になれますか？

「シカト」されますよ。

## 「速さの平均」のまちがった求め方

平均のお話です…

片道 6 km の道のりを、行きは毎時 6 km、帰りは毎時 4 km で歩いたときの往復の平均の速さを生徒 A が、次のように求めた問題です。

生徒 A : 「じゃあ、往復の平均の速さは  
 $(6 + 4) \div 2 = 5$   
5 km/時だ。」

生徒 B : 「そりゃ、変だよ。それだと、  
6 km/時 + 4 km/時 = 10 km/時ってことになるけど…。  
例えばだよ、  
時速 100 km で走っている電車に  
時速 80 km で走っている電車とつなぐと  
 $100 \text{ km/時} + 80 \text{ km/時} = 180 \text{ km/時}$   
だから、時速 180 km で走ることができるわけ？」

生徒 A : 「…？  
そんなことできるわけないでしょ。」

生徒 B : 「でしょ？  
じゃあ、 $(6 + 4)$  自体が成り立たないから、  
平均など求めることはできないでしょ？」

生徒 A : 「…うん！  
できない！」 ( \_ \_ ) *Shun!*

速さは足して平均を求めることはできない理由は、中学生にはこれで十分です。

その道の本には相加平均、調和平均、相乗平均がどうのこうのと書いてありますが、中学生には何のことがわかりません。

時速100kmの電車と時速80kmの電車をつないで走っても、時速180kmにはならないということが経験的わかれば十分です。

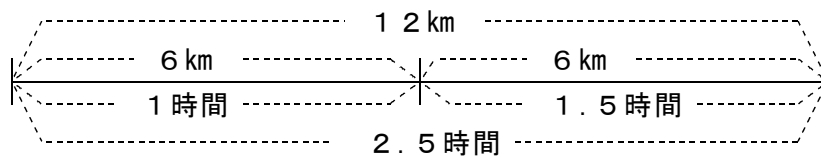
## 「速さの平均」の正しい求め方

生徒A：「じゃあ、どうやって速さの平均を求めるの？」

先生：「やはり、道のりと所要時間を使って求めるしかない！」

つまり、

往復を1本の道と考えよう。



片道は6 kmで、行きは毎時6 km、所要時間は $6 \text{ km} \div 6 \text{ km/時} = 1 \text{ 時間}$

帰りは毎時4 km、所要時間は $6 \text{ km} \div 4 \text{ km/時} = 1.5 \text{ 時間}$

結局、12 kmを2.5時間で往復したことになる。

すると、この場合の速さは、道のり÷時間で

$$12 \text{ km} \div 2.5 \text{ 時間} = 4.8 \text{ km/時}$$

5 km/時にはならない。」

生徒A：「なるほど、

そんな”しかけ”になってんのか！

ひきょうな！」

先生：「…」

## 「速さ」の問題のパターン(型)

方程式の文章題で「速さ」を学習する教材の構造を紹介します。

平均の問題はNo.21でおしまいです。

「速さ」の文章題では、等式の作り方から、次の4つの類型が考えられます。

★基本型 (1) 時間合計法 No.21

(2) 距離合計法 No.22

方程式を立てるとき、求める量を $x$ とおいた後で、 $x$ とは異なった量を使い、時間または距離を合計する等式をつくれるかどうかを調べることから始めます。

★変則型 (1) 時間求差法 No.23

(2) 距離等置法 No.24, 25

合計では、等式がつかれないとき、「時間の差」または「距離の等値」で等式を作ります。

これは、「速さ」の文章題解法のヒューリスティックスです。  
生徒に解法の糸口をガイドする思考法です。  
速さの問題が出てきたら、上の4つのどの類型が使えるかを選択することで  
式を立てる方略を選ぶことができます。

大切なことは、考える順序です。

★まず、基本型が使えないかを検討します。

この基本型は、方程式の立式一般の考え方に通ずるもので、とにかく「 $x$ 以外 の量を合計する等式を作る」という一般的解法の「速さ」への適用です。

★この基本型が使えないことがわかった後に、はじめて変則型を使うことを検討 します。

だから、決して4つの類型の適用を並列的に探し回るわけではありません。

## 応用力とは何か

応用力の本質は、この一般的方略に関する知識です。

なにか、特別なメカニズムが頭の中に形成されるのではなく、  
一般的知識が形成されるから、一般的思考方法＝応用力が身につくのです。

だから、個別知識をいくらあたえても、応用力はつきません。

生徒個人の経験に依存した不完全な我流知識が形成されるだけです。

たとえば、「は・じ・き」をどのように使って解こうかと考えるなど…。

だから、生徒には「一般的知識を形成することを目的とした教材」を使って  
指導しなければなりません。

きょうは、この4類型のうち、距離合計法 (No.22) を紹介します。



◀●■【 まちがいができない教材 】■●▶

方程式  
No.22

1 速さの問題 (その2)  
■ 距離合計法 ■

クリック

## 速さの問題に強くなる数学専門指導の数専ゼミ

### 数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: (023)633-1086 / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp