

授業の実況中継__023

2022.11.4(金)

【中学1年数学】

方程式

()をふくむ方程式

移項に引き続き、まちがいが多発するのが()の処理です。

分配法則を用いて()をはずす式の計算です。

「マイナスかけ入れ」と「第2項へのかけ入れ」の処理の問題です。

ここでも、先生と生徒の格闘は、果てしなく続きます。

分配法則のまちがい(1)

生徒A：「 $6 - 2(3x - 1) = -4$

$$6 - 6x - 1 = -4$$

$$-6x = -4 - 6 + 1$$

$$-6x = -9$$

$$x = 1.5$$

たしかめ… 左辺 = $6 - 2(3 \times 1.5 - 1)$

$$= 6 - 2(4.5 - 1)$$

$$= 6 - 2 \times 3.5$$

$$= 6 - 7$$

$$= -1$$

$$= \text{右辺} \quad \cdot \text{に} \cdot \text{は} \cdot \dots ?$$

な・ら・な・い…?

どしてだッ？」

先生：「分配法則が変でしょ…！」

生徒A：「ん…？」

$$2 \times 3x$$

ちゃんとかけてあるけど…！」

先生：「-1には…？」

生徒A：「-1にもかけるの？」

どして？」

先生：「どうしても！」

じゃんじゃん！

【注意】 かっこをはずした式で-1となっていますが、当初からかけ入れの意識はないわけですから、-1のままというのは「一貫」した考え方です。これが+1となると「支離滅裂」といいいます。

先生、「少し」遊びました。

しかし、「どうしても」としてしか理解していない生徒は多いんですよ。
先生は面積図を使って説明するのですが、それはそれ、これはこれなんです。
計算しているときには、面積図なんてもうすっかり「西の海」なんですね。
だから、次のような悲劇もまた起こります。

分配法則のまちがい(2)

先生：「とにかく、そういうことだ！

で、分配法則をちょっと復習しとか、いかなな…。

$$6 - 2(a \times b - b) + 5a$$

を簡単にしてみようか…。」

生徒A：「かつこの中の数には…

す・べ・てにかけるとですね…！」

先生：「…！」

生徒A：「 $6 - 2a \times 2b + 2b + 5a$

$$= 6 - 4ab + 2b + 5a$$

先生：「そりゃ、変でしょ。

$a \times b$ はかけ算だから、 a と b の両方にかけてはいかん。」

生徒A：「ん？

どして？」

先生：「うぐッ！

…？

どうしてだろう？」

せんせ、おたおたしちゃだめですよ。

毅然として正論をぶたなくちゃ…！

…ん？

ぶてない…？

うん、ぶてないかも…(*^_^*)

$2 \times (a + b + c) = 2a + 2b + 2c$ は正しいのに…

$2 \times (a \times b + c) = 2a \times 2b + 2c$ は正しくない。

なぜなのだろう…？

分配法則を面積図で証明する

さて、みなさん。

生徒達を説得できる「説明」はおもちですか…(*^_^*)

やはり面積図で、説得するより他の手はなさそうですが…

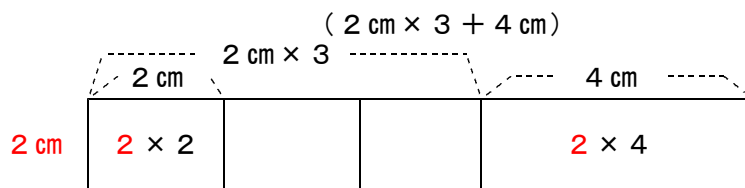
他の手をおもちの方は是非手をあげてくださいな。

とにかく、面積図で説得してみます。

$2 \times (2 \times 3 + 4)$ と $2 \times (2 + 3 + 4)$ を考えます。

① $2 \times (2 \times 3 + 4)$ について

↑影をつける演出もすっきり板につきまして…



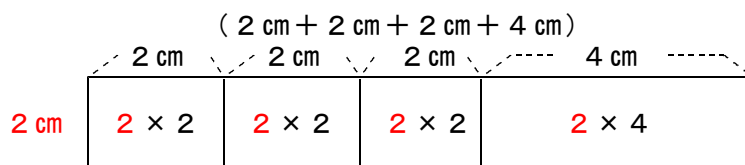
面積の計算 $2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 3 + 2 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$

分配法則 $2 \times (2 \times 3 + 4)$

$$= 2 \times 2 \times 3 + 2 \times 4$$

* 2×3 には () 外の数は1回しかかけません。

② $2 \times (2 + 3 + 4)$ について



面積の計算 $2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} + 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} + 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} + 2 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$

分配法則 $2 \times (2 + 2 + 2 + 4)$

$$= 2 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 4$$

* () 内の+で結ばれた項のすべてにかけ入れます。

先生：「このようになります…」

生徒A：「ほ〜うッ。なるほど…

() の中がたし算のときは、すべての項にかけ入れる、
かけ算の項には1回だけかけ入れる、
ですね？」

分配法則をさらにまちがう！

先生：「…！」

では、 $x - \frac{2x-1}{3} = 2$ を解いてみようか。」

生徒A：「なにはともあれ、分母は払う！

でしょ、せんせ！

では、

$$3 \times \left(x - \frac{2x-1}{3} \right) = 3 \times 2$$

$$3x - 2x - 1 = 6$$

$$x = 6 + 1$$

$$x = 7$$

たしかめ…

$$\text{左辺} = 7 - \frac{2 \times 7 - 1}{3} = 7 - \frac{13}{3} = \dots \quad ?$$

=右辺 に・は・…?

ならないぞ?

どしてだ？」

ジャンジャン!

という具合に、面積図は「西の海に流して」います。

どうしよう?、神様!

神の声:「これは、これでまた別の問題だから…

これで、いい!」

そうですね。

これは分数の処理の問題を含みます。

7~8割の生徒がまちがう操作を含んでいる計算問題です。

次のテーマとして、次回に詳細に検討します。

分配法則はわかったことにしましょ。

次回へ続きます。

分配法則が自在に使えるようになる数学専門指導の数専ゼミ

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp

数専ゼミの授業は個別指導です

【注】 ■●▲

数専ゼミの実際の授業は1対1の個別指導ですから、上で紹介したような集団授業ではありません。ただ、個別指導の場面では、上のように問題を解く過程の生徒と先生のダイナミックな会話は生じませんので、指導のプロセスをデフォルメするために、集団授業の場面にアレンジして紹介しました。