

授業の実況中継__020

2022.11.1(火)

【中学1年数学】

方程式

「等式の性質」の指導をめぐって(1)

どれだけ複雑な形をしていても，方程式は

$$a x = b$$

の形にもっていき，両辺を x の係数の a でわって x を求めます。

$$x = \frac{b}{a}$$

これは，方程式の本質です。

自明のことであり，何ら難しくない操作のはずです。

しかし…

「自明」で通らないのが教室の世界でして…。

ここで，生徒と悪戦苦闘されている先生の実に多いこと。

えッ…？

悪戦苦闘などしていませんって…？

ほ～う！，それは指導が”神業”なんですか。！(^.^)！

神の声：「ん…！，呼んだ？」

出番は，もう”ちょっと”後です…，神さん！

■…授業は続いています…■

典型的な誤答例

典型的な誤答例です。

次の方程式を解きなさい。

(1) $2x = 8$

(2) $4a = 16$

生徒A：「(1) $x = 4$ ，(2) $a = 4$ 」

生徒A，瞬時に答えます。

ゲシュタルトで答えます。

x や a が4であることにより数字がそろう，

つまり等式が成り立つ，というイメージが先行します。

その結果何が起こるかというところ…。

次の方程式はどうでしょう。

$$(1) 4x = 2$$

$$(2) 14a = 7$$

生徒A：（瞬時に）「(1) $x = 2$ ，(2) $a = 2$ 」

はっきりと、ゲシュタルトで解いている証拠がでます。
 x や a が2であることにより数字が「そろい」ます。
 等式がどうのこうのなど、もう頭の中にはありません。
 とにかく、数字が「そろい」のです。
 心が落ち着きます。

「**緊張の緩和**」です。

方程式の本質などどこ吹く風。

きわめつけ！

ちと、むずい！

次の方程式を解きなさい。

$$-\frac{6}{7} \times t = -8$$

先生：「解ける人？」

生徒B：（やはり瞬時に）「はいッ！」

先生：「…(*_*)？」

生徒B：「 $t = -\frac{50}{7}$ 」

生徒A：「ぼくも同じ！」

先生：「…？」

どして？」

生徒B：「だって、 $t = \frac{6}{7} - 8 = \frac{6}{7} - \frac{56}{7} = -\frac{50}{7}$ 」

生徒B、この前の定期テストで数学100点の生徒です。

瞬時に、**理路整然と間違えます**。

先生：「なぜ、 $-\frac{6}{7}$ が移項できるわけ？」

生徒B：「-と-だから…！」

わけのわからないことを言っています。

が、つまり、和であるからと言いたいのですね。

「左辺が和のときは移項、積の時は商を求める」が等式変形の基本ですから…。つまり、生徒Bは、**確固たる根拠をもって間違えている**わけです。頭はいいのですが、賢くはないのですね。

出発点を間違えるとどれだけ論理的には正しくとも、結論はまちがうのです。お茶の水大学の数学の先生である藤原正彦教授が繰り返し、繰り返し述べられていることです。（平成21年3月に退官されましたが。）

この問題、10人中8～9人が間違えます。中学2年生で…。(_ _ ;)
「等式の性質」が理解されていないことが根本的な原因です。



「等式の性質」は、式変形の練習をさせるだけでは、上のようなまちがった使い方をする生徒が現れます、必ず…。大切なことは、なぜ、そのように式変形していいのか、つまり、式変形の根拠（等式の性質）を示しながら答案を書かせることです。等式変形の指導は、学生アルバイト先生では教えることのできない深いものといえます。アルバイト先生でも等式の性質を正しく教えることのできる教材を、次回に紹介します。

正しい等式変形技術を育てる数学専門指導の数専ゼミ

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: (023)633-1086 / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp

数専ゼミの授業は個別指導です

【注】 ■●▲

数専ゼミの実際の授業は1対1の個別指導ですから、上で紹介したような集団授業ではありません。ただ、個別指導の場面では、上のように問題を解く過程の生徒と先生のダイナミックな会話は生じませんので、指導のプロセスをデフォルメするために、集団授業の場面にアレンジして紹介しました。