数学Essay_160　　　　数専ゼミ・山形東原教室

# 授業の実況中継＿003

2022.10.13(木)

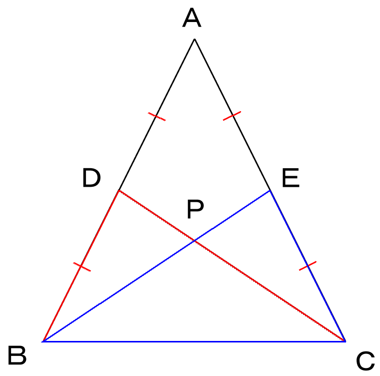
【中学２年数学】

図形の性質　｜　二等辺三角形の性質を利用する証明

教育はていねいであること，これ至上命令です。
てまひまかけ，「リキ」を入れてこそ「教育」です。
では，「リキ」を入れて，授業をしましょ。
二等辺三角形の性質を利用した等辺の証明問題です。

△ＡＢＣでＡＢ＝ＡＣとする。ＡＢの中点をＤ，ＡＣの中点をＥとし，ＢＥ，ＣＤの交点をＰとすると，ＰＢ＝ＰＣである。これを証明しなさい。

先生：「さて，きょうもＡ子でいくか？」
生徒Ａ子：「ＡＢ＝ＡＣだから，二等辺三角形でしょ？
　　二等辺三角形は得意だから，やってもいいよ！」
先生：「…！」(-_-;)＼
生徒Ａ子：「




△ＤＢＣと△ＥＣＢにおいて
ＡＢ＝ＡＣ(仮定)…①
ＢＣ＝ＢＣ(共通)…②
∠ＤＢＣ＝∠ＥＣＢ
(二等辺三角形の底角は等しい)…③
①，②，③から，２辺とその間の角が
それぞれ等しいので
△ＤＢＣ≡△ＥＣＢ
合同な三角形では対応する角の大きさは等しいから
ＰＢ＝ＰＣ
△ＰＢＣでは，ＰＢ＝ＰＣ
底角の等しい三角形は二等辺三角形であるから
ＰＢ＝ＰＣ」

★

先生：「ほんとに，
　　真剣に考えたの？」
生徒Ａ子：「考えたんよ！
　　なんか変？」

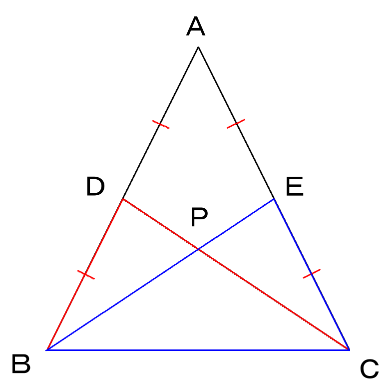
先生：「あのね，
　　　こういうのを”シリメツレツ”というの！」
生徒Ａ子：「(*_*)！
　　　　　ヤダ～！
　　　　　シリメクレッだなんて！
　　　　　教育委員会にいいつけるど！」
先生：「ん？
　　　なんのこと言ってんの？」
生徒Ａ子：「だって，センセ，
　　　　　”しり，めくれ”って！」
先生：「なんで，あなたがしりめくるの？」
生徒Ａ子：「ん？
　　　　　なんか，あたし，かんちがいしてるみたいね，
　　　　ははは！」
先生：「ようするにだ，
　　　全体的にダメなの！」
生徒Ａ子：「ダメ？」
先生：「そう，
　　　ぜ～んぶ，だめ！」
生徒Ａ子：「SHUN!
　　　　　Shiku，Shiku…！」(;_;)
先生：「なにも，
　　　泣くほどのことでもないでしょ？」
生徒Ａ子：「…でも，」

★

先生：「では，
　　　１つ１つなおしていくからね。
　　　いいですか。」
生徒Ａ子：「は～い！」
先生：「…」

# A子の答案の添削

以降は，Ａ子の答案の添削です。
［答　　案］
　　△ＤＢＣと△ＥＣＢにおいて
　　　ＡＢ＝ＡＣ(仮定)…①
　　　＊△DBCにABという辺はありません。辺DBを使います。
　　　　△ECBにACという辺はありません。辺ECを使います。
　　　　つまり，DB＝EC
　　　ＢＣ＝ＢＣ(共通)…②
　　　　　＊裏返って重なるので対応辺は，CBです。
　　　∠ＤＢＣ＝∠ＥＣＢ
　　　(二等辺三角形の底角は等しい)…③



①，②，③から，２辺とその間の角がそれぞれ等しいので

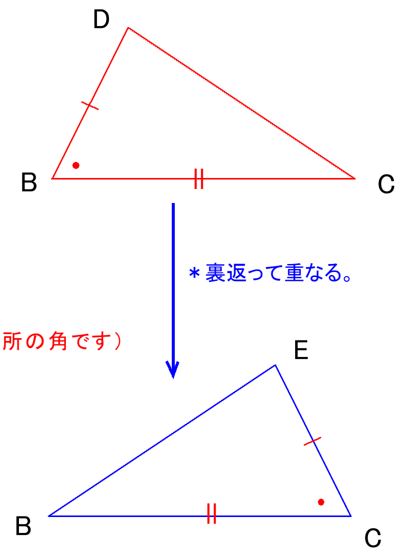
△ＤＢＣ≡△ＥＣＢ

合同な三角形では対応する角の大きさは

等しいから

ＰＢ＝ＰＣ

＊これは△DBCと△ECBの対応角でも対応辺でもない。
合同を説明した後には必ず対応角か対応辺をおかなければなりません。。
ここでは，対応角として∠DCB＝∠EBCをとります。




△ＰＢＣでは，ＰＢ＝ＰＣ

＊∠DCB＝∠EBCを△PBC内の角に置きかえます。（同じ場所の角です）
∠PCB＝∠PBC

底角の等しい三角形は二等辺三角形であるから

ＰＢ＝ＰＣ

（以上がＡ子の答案の添削です。）

# 証明での典型的なまちがい

証明で最初にまちがう典型は，

**「合同を証明すべき三角形の設定と合同条件の選定の不一致」**

ということです。

上の答案では，

「△ＤＢＣと△ＥＣＢにおいて」と宣言しながら，

ＡＢ＝ＡＣ（仮定）…①

というように，これらの三角形の中にはない辺を用いて証明の根拠を説明しようとしています。

辺，角ともこのような現象は頻発します。

宣言が生きていません。

なぜ，証明の最初に，このような宣言をするのかという「宣言の機能」を十分に理解していないのですね。

証明の最初に，このような合同な三角形を宣言するのは，

証明の３つの根拠を示す際に，辺や角を間違えないようにするためなのです。

例えば，「△ＤＢＣと～」と宣言した場合，証明の個々の条件の左辺にはＤ，Ｂ，Ｃの文字以外を使ってはいけません。

ＢＣとか∠ＣＢＤなどは許されるが，ＡＢ＝～などＡは使ってはいけない，ということです。

気づかぬうちに宣言の文字以外を使ってしまった場合など，宣言を見返すことでまちがいを自己チェックできます。

証明の構造の１つ１つには，証明の全体の思考過程を制御する重要な意味があります。形式的にパターン化されているわけではありません。

ここを生徒に十分理解させておかないと，証明のパターンが生徒の思考を制御せず，単なる解答欄になってしまいます。

★

合同な三角形の「**辺や角の名称は対応順に**」書かなければなりません。

これに関するまちがいは超普遍的で，どの生徒も常に犯す危険性をもっております。とりわけ，上の問題のように，三角形が裏返っている場合には，生徒にとっては特別に難しいようです。

このまちがいについては防止法はありません。
回転させたり，裏返したりして確認するしかありません。
だから，証明の学習に先立って，このような操作を実際にやらせる学習をさせておく必要があります。

★

３つ目のまちがいの典型は，上の答案では次の部分です。

△ＤＢＣ≡△ＥＣＢ
合同な三角形では対応する角の大きさは等しいから
ＰＢ＝ＰＣ

合同を証明した後には，必ず対応辺か対応角を書かなければなりません。
ＰＢとＰＣは，△ＤＢＣと△ＥＣＢの**対応角**ではありません。
このまちがいは，少数派です。
この生徒は，合同な三角形から結論を導く手順がよくわかっていません。
「∠ＰＢＣ＝∠ＰＣＢ」とするのがまちがいの多数派です。
「合同な三角形では対応する角の大きさは…」と書いていながら，**対応角**を書いていません。
結論だけが先走っています。
同一角の相等を説明するわけですが，
①まず，合同の対応角を示し，
②その後で証明すべき三角形に戻って，
角の相等を言い直さなければなりません。

△ＰＢＣでは，…

と言い直す三角形を宣言してから，証明を進めることが有効になります。
（＊具体的には，プリントNo.３（３／７）の解答書をご覧下さい。）
同じことをやっているように見えるものだから，
生徒にはこの２段階の証明手順の重要性が理解されないようです。

★

以上，生徒によく見られる証明のまちがいのいくつかを述べてみました。
どの教室でも，必ず見られるまちがいです。
生徒の答案をチェックするときの参考になることと思います。
教材とともにご利用いただけたらと思います。

■◀●■【　まちがいをさせない教材　】■●▶

図形の性質　No.３
二等辺三角形の性質（その３）■二等辺三角形の性質を利用する証明■　クリック



数専ゼミ・山形東原教室
〒990－0034　山形市東原町二丁目10番8号
TEL:(023)633－1086　／　FAX.(023)633－1094
メールアドレス：　suusen@seagreen.ocn.ne.jp