

誤答研究 中2編(その9)

2022.9.5(月)

1次関数に入ります。

毎時 x kmの速さで40分走ったときの距離は y kmです。 y を x の式で表しなさい。

生徒A：「 $き = は \times じ$ だから、 $y = 40x$ 」

生徒A、「は・じ・き」を使っていますね。
危ないです！（間違うよ、という意味ですが…）
案の定

先生：「ダメ！」

生徒A：「せんせ、ダメはないでしょ。
なんか言い方があるように思うんですけど…」

先生：「失礼！、でもダメ！」

生徒A：「…ムっ！」

先生：「たとえば、だ。
時速6kmで40分間走ると、 $y = 40 \times 6 = 240$ (km)
時速6kmは駆け足くらいの速さだぞ。
40分くらい走ったところで、
とても240kmも行けるとは思えないが…
240kmといえば、東京から名古屋、東京から福島までだぞ…」

生徒A：「…う～ん、それもそうですけど…！」

先生：「常識の問題だな、だから、ダメ！」

生徒A：「…(_ _ ;)」

ジャンジャン！

1次関数をめぐる”迷走”は続く。

一次関数の授業：シーン・その1

ともなって変わる量の復習です。
1年次に、「比例」の単元で学習しています。
しているはず…
しているはず、で・す・が…

980m離れた店に買物に向かった。家を出発してからの時間がたつにつれて、店までの距離がどのように変わるかを調べたい。

店に向かう速さを分速70mとし、家を出発して x 分後の店までの距離を y mとすると、対応する x 、 y の値を下の表に記入しなさい。

x (分)	2	4	6	8	10	12
y (m)						

生徒Aの答案

x (分)	2	4	6	8	10	12
y (m)	140	280	420	560	400	840

この生徒A、問題をまったく読んでいません。

しかし、この種の問題をやらせると、8割の生徒は上のような答を書きます。

距離は「減らない」という常識が、このように考えさせるのですね。

正解は、こちらです。

x (分)	2	4	6	8	10	12
y (m)	840	700	560	420	280	140

一次関数の授業：シーン・その2

次の場合、 y は x のどのような式で表されますか。また、一次関数であるものには、() 内に◎印をつけなさい。

- (1) 毎時 x kmの速さで40分走ったときの距離は y km
- (2) 周が $8x$ cmの正方形の面積は y cm²

生徒K：「(1) $y = 40x$ (◎)
(2) $y = 2x^2$ ()」

(1) これは圧倒的多数派の答案です。

「距離＝速さ×時間」の”形而上学的”適用です。

速さは「単位」との勝負なのですね。

負け、です。

速さの問題では、単位は速さにそろえる、というのが基本です。

この問題では、速さの x がkm/時ですから、これにそろえます。

$$40\text{分} = 40 \times (\text{分}) = 40 \times \left(\frac{1}{60}\text{時}\right) = \frac{40}{60}\text{時} = \frac{2}{3}\text{時}$$

単位変換のこの思考プロセスは、暗記をさけ、基本単位でのみ単位変換をさせる最も応用力の広い考え方です。

すべての単位変換で使えます。

めんどうくさがる生徒をなだめすかしながら書かせます。

(2) もよく見られる答案です。係数が無視されています。

というより、これやはり公式の”形而上学的”適用の悪弊です。

次のような問題で、象徴的にこの傾向が現れます。

公式を機械的に使って解くと、こうなる！

静かな水面に石を投げ入れたとき、同心円の波紋ができる。一番外側の波紋の半径が毎秒0.8mずつ大きくなるとき、次の問いに答えなさい。

(1) 石を投げ入れてから x 秒後の一番外側の波紋のえがく円の面積を $y\text{cm}^2$ とする。 y を x で表しなさい。」

圧倒的多数の生徒の答案は、 $y = 0.8x^2$ です。

計算問題などで、演算が成立する理由（分配法則、等式の性質等々）をきちんと理解させることなく、100題とか200題の機械的繰り返しをさせると、このような”形而上学的”思考方法が習慣化します。

計算力は身についたとしても、公式に頼ろうとする思考が優先し、応用問題の分野で弊害が現れます。

計算分野で成功体験が強いほど、弊害を取り除くことは困難になります。

「計算バカ」が生まれます。

”本質”（意味）を使って解く生徒は…

ただし、逆は必ずしも真ではありません。

計算も強いが、応用問題にも強い生徒は、当然います。

誤解してはいけないこと…

計算が強いから応用問題が強いではありません。

応用力が強い（原理・原則をきちんと理解している）から計算にも強いのです。

こういう生徒は、勉強時間がとても少ない。

「彼はあまり勉強している様子がないのに…」とは、よく聞く話です。

当然です。200題も練習はしません。

3～4題を解いて、200題に通用する「考え方」を覚えてしまうからです。

なぜ÷分数は、×逆数と計算してよいのか…

2～3題、じっくりと納得させながら学習させるならば

$6 \div \frac{9}{10} = \frac{1}{6} \times \frac{9}{10}$ などというバカな計算は”絶対に”しないのです。

もちろん、これは象徴的な例えですが…。

あらゆる分野で言えることです。

エピソード

きょうは、先生も神様も出番のないほど”シリアスな”問題でした。

次回はどうなることやら…？

次回は、式の上から1次関数を式の上で判別する問題での諸問題を扱います。

式を $y = \sim$ の形に変形する必要上、等式変形が必須となります。

このシーンでは、抱腹絶倒、空前絶後の珍答が現れます。

次回をお楽しみに…

数専ゼミの授業は個別指導です

【注】 ■●▲

数専ゼミの実際の授業は1対1の個別指導ですから、上で紹介したような集団授業ではありません。ただ、個別指導の場面では、上のように問題を解く過程の生徒と先生のダイナミックな会話は生じませんので、指導のプロセスをデフォルメするために、集団授業の場面にアレンジして紹介しました。

意味を使って解く方法を教える数専ゼミの数学教室です。

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp