

賢い子を正しく伸ばす(その3)

2022. 8. 23 (火)

文章題を図で解く

数専ゼミの教材では、速さの問題を「水そう図」を使って概念的思考をしながら解く練習をさせます。

速さの3つの公式はまったく使いません。

でも、全員が正解できます。概念を使って解いているから当然なのですが…

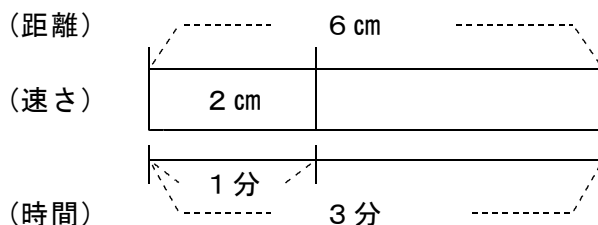
ここで、注意することは、図といっても、速さの概念のかけらも表していない「はじき」の図などではないということです。

「はじき」の図を使うなら、公式を使った方が何倍も“数学的”です。

数専ゼミの教材で使う「水そう図」というのは、速さという概念を表しているのです。問題文中の条件を図化することで、図が式を教えてくれるのです。速さの公式など必要ありません。

公式を作れ、といわれたら、水そう図を見れば瞬時に公式が言えます。覚えていないけれど、公式などいつでも言えるのです。

速さの具体的一般構造図



水そう図を言葉で表現すれば、「1分で2cm進むとき、3分では6cm進む。」ということになります。この図の中のそれぞれの要素の関係を覚えるだけで、速さの3つの公式を自在に使い回せます。

つまり、この図の中には、速さの3つの公式が含まれているのです。

速さの第1用法 (速さを求める)

$6 \text{ cm} \div 3 \text{ 分} = 2 \text{ cm} / \text{分}$ これが速さで、公式でいえば、道のり ÷ 時間 = 速さです。

速さの第2用法 (道のりを求める)

$2 \text{ cm} / \text{分} \times 3 \text{ 分} = 6 \text{ cm}$ これが道のりで、公式でいえば、速さ × 時間 = 道のりです。

速さの第3用法 (時間を求める)

$6 \text{ cm} \div 2 \text{ cm} / \text{分} = 3 \text{ 分}$ これが時間で、公式でいえば、道のり ÷ 速さ = 時間です。

超大切なことは、式は必ず単位を付けて表すということです。

単位はその量の意味を表します。意味を使って考えるのが概念的思考です。

単位をつけない抽象的な式は、式の意味もわからないし、自分が求めたものが何なのかも分かりません。（上の問題【2】のように）

数学の苦手な生徒は、例外なく式に単位をいれません。

入れないのではなく、式の意味がほんとうにはわかっていないから単位を入れることができないのですが…。

内包量一般の構造

水そう図は、速さだけではなく、内包量であればすべて使えます。

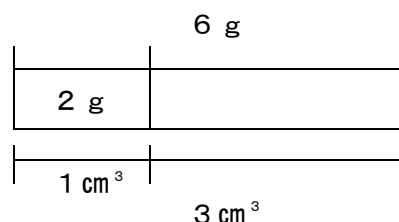
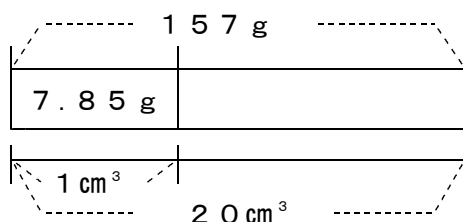
たとえば、密度も内包量であるので、水そう図を使って次のように求めることができます。

鉄の密度を例として…

(重さ)

(密度)

(体積)



《内包量一般の構造》

密度の第1用法（密度を求める）

$157 \text{ g} \div 20 \text{ cm}^3 = 7.85 \text{ g/cm}^3$ これが密度で、
公式でいえば、重さ \div 体積＝密度です。

密度の第2用法（重さを求める）

$7.85 \text{ g/cm}^3 \times 20 \text{ cm}^3 = 157 \text{ g}$ これが重さで、
公式でいえば、密度 \times 体積＝重さです。

密度の第3用法（体積を求める）

$157 \text{ g} \div 7.85 \text{ g/cm}^3 = 20 \text{ cm}^3$ これが体積で、
公式でいえば、重さ \div 密度＝体積です。

もちろん、上の公式など覚えてはいません。

速さと同様に、内包量一般の構造から、必要に応じて公式を作りだします。

例えば、 2 g/cm^3 （密度）を求めるには、 $6 \text{ g} \div 3 \text{ cm}^3$ であるから、

「密度＝重さ \div 体積」という公式を瞬時に導けます。

概念的思考

等々、こういう考え方で問題をとくことを、「概念的思考」というのです。

意味を使って解くのですから、まず間違えることはありませんし、問題がどれだけ複雑になっても問題の条件に動揺することがなくなり、正解に向かって思考を進めることができます。

何をどんな手順で考えていけばいいのか、問題を読んだ瞬間に、正解へのプロセスが設計できるのです。

概念的思考の教え方

では、概念的思考をどのように教えるのか。

数専ゼミの教室で使っている教材を見ていただくのが一番わかりやすいと思います。

下に紹介する教材を是非ご覧下さい。数学的能力の形成プロセスがよく理解できます。

[Link](#) | [速さ No.2](#) | [いろいろな速さを求める](#) |

[Link](#) | [速さ No.4](#) | [道のりを求める](#) |

[Link](#) | [速さ No.5](#) | [時間の単位をそろえて…](#) |

概念的思考を教える数専ゼミの算数・数学教室です。

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp