

## 賢い子を正しく伸ばす(2)

2022. 8. 23 (火)

### 速さの問題を解いた…

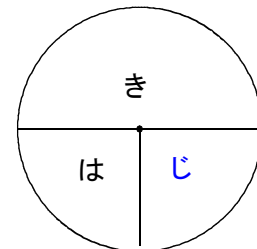
問題【1】 16 kmはなれた駅まで、時速8 kmの自転車でいくと、何時間かかりますか。

生徒Aの答え：「道のり」÷「速さ」＝「時間」だから、 $16 \div 8 = 2$  (時間)

問題【2】 12時間で4 km進んだときの速さを求めなさい。

生徒Bの答え：(右のような図をかいて…)

$$12 \div 4 = 3 \text{ (時間)}$$



問題【3】 時速90 kmで走る自動車の秒速は何mですか。

生徒Cの答え：速さと速さの公式などない！

問題【4】 時速90 kmで走っている電車を時速60 kmで走る電車が押しています。

この連結した電車は時速何kmで走っていますか。

生徒Dの答え： $90 + 60 = 150$  (km)

### 何がまちがっているのか

#### 問題【1】生徒Aの答えについて

間違っははませんが、単に公式に問題文から数値を拾って代入しただけです。

道のりも速さも、問題文を読めばすぐわかります。

ここでは数学的思考などひとかけらも使っていません。

#### 問題【2】生徒Bの答えについて

偏差値50以下の生徒で、このような答案をかく生徒がおります。

「はじき」すら役に立たない典型的な事例です。

「はじき」を使う生徒は、はなから公式など頭のないわけですから、問題中の数値のなりゆきによって立式します。

$4 \div 12$ はわりきれません。上のような式を作る生徒にとって、わりきれないものは答えではありません。違和感が先に立ちます。

$12 \div 4$ は、長く親しんできた式であり、「おさまり」のつく形です。根拠などなく、「こちよ、い、つね日頃なじんできた」形で式を書きます。根拠より、心のやすらぎが先です。

### 問題【3】生徒Cの答えについて

もちろん、公式はありません。

公式も、「はじき」もまったく通用しない世界です。

ただ、ただ、速さの意味を使わないと解けない問題です。

本当に速さがわかっているかどうかの試金石となる問題といえます。

ちなみに、速さとは、単位時間に進む道のりのことです。

速さとは、特別な道のりのことです。速さとは道のりです！

速さという抽象的な概念を、道のりという具体的な言葉で理解することで、このような抽象的な問題に答えることができるようになります。

### 問題【4】生徒Dの答えについて

専門的な言葉でいえば、内包量と外延量の違いがわかっていないことによる間違いです。

内包量というのは、速さとか濃度とか温度とか利率など、2つの量の商で求める量のことです。

内包量の最大の特徴は、たし算ができない、ということです。

たとえば、 $42^{\circ}\text{C}$ のお風呂が熱いので、 $10^{\circ}\text{C}$ の水を入れると $52^{\circ}\text{C}$ にはなりません。

経験的にだれも直観として理解できます。

$10\%$ の濃さの食塩水に、 $2\%$ の濃さの食塩水を加えると、さらにしょっぱくなりますか？

ならないのは直観的にわかります。しょっぱくなると考える生徒もそれなりにおりますが…

速さも内包量だから、 $90\text{km} + 60\text{km}$ の計算はできません。

逆に、外延量とはたし算のできる量のことです。

長さとか重さとか面積とか体積です。

$90\text{cm} + 60\text{cm} = 150\text{cm}$ です。



笑っている場合ではありません。

実際に、上の問題のように答える生徒がいるのです。

支離滅裂というか、奇想天外というか、唯我独尊というか…

思いつきで答えているのではなく、理路整然と間違えているところが怖いのです。

## 概念的思考ができるかどうか

上の4人に共通していえることは、

「速さ」という概念を使って解いていないということです。

ようするに、「速さの意味」がわかっていないのです。

畢竟、圧倒的多数の生徒は、速さの意味などわかっていません。

公式に数値を当てはめて文章題を解いているだけです。

だから、問題【3】や【4】などの問題は、手も足もでません。

「公式などない」というしかありません。

実は、数学的能力があるかどうかの分水嶺は、「概念的思考」ができるかどうかということにあります。

数学の得意な生徒は、意識しているかどうかは別として、概念を用いて問題を解いています。概念は本質とおきかえることもできます。

この本質を見抜いて問題を解くので、表現上の攪乱条件に惑わされないし、いわゆる”落とし穴”にも落ちません。

問題【4】などでは、時速90kmを「1時間に90km進む距離」と読み取り、秒速は「1秒間に進む距離」と読み取り、1時間は60秒/分×60分=3600秒だから、距離も90km=90000mと単位をそろえておき、90000m÷3600秒で求めます。

これが概念的思考というものです。概念的思考は常に具体的です。だから、単位をきちんとつけながら思考プロセスを進めていきます。

概念を抽象的なものとみなす形式論理的な見方では、概念を使い回すことはできません。概念を「抽象的具體」とみなすことで、概念を「手に触って、目で見て」使い回すことができるようになります。

速さの概念も「目で見える」形で表すことができます。速さは見えるのです。目でみながら複雑な速さの問題を解くことができます。鉄橋算や池を回る問題なども簡単に解けるようになります。なんといっても、速さや時間や道のりが見えるのですから…しかも、自分で自在に変えることもできます。

これについては、Essay\_064と\_066と\_068で、詳しく、詳しく説明しております。是非、ご覧下さい。応用力とは何か、が理解できます。

## 文章題を図で解く

数専ゼミの教材では、速さの問題を「図」を使って概念的思考をしながら解く練習をさせます。速さの3つの公式はまったく使いません。でも、全員が正解できます。概念を使って解いているから当然なのですが…

数専ゼミのこの”裏わざ”を次回に紹介しましょう。

## 概念的思考を教える数専ゼミの算数・数学教室です。

### 数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: (023)633-1086 / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp