

誤答研究 中3編(3)

2022.7.19(火)

2次方程式の文章題

2次方程式の文章題ですが…

生徒達は、あまり不思議なまぢがいはしません。

2つの解のうち、どちらを捨てたらいいか？

あるいは、捨てる理由は答案にはどのように書くのか？

この辺でうろうろしている程度です。

「…正の数を求めなさい。」というところを負の数を答えたところで、おもしろくもなんともありません。

★

難しい問題では、立式自体ができません。

が、関数などとは違って、賢い生徒はどれだけ難しくとも立式してしまうのも不思議です。

動かないことは生徒にとっては分かりやすいのかもしれませんが。

動くものはとにかく苦手のように…

1次関数しかり、理科の天体の運動などもしかり。

例えば—

7月1日の午後8時に真南に見えた恒星が、1ヶ月前の午後10時にはどの方向に見えたか、などという問題。

地球も自転しながら公転しているという動く極値のような事態が問題を難しくしています。

それに比べて、方程式は未知数とはいえ、決まった数ですから、量の関係さえわかれば立式はいたって簡単というのはうなずけます。

商品売買の問題

…で、2次方程式の難問を1つ紹介しましょう。

商品売買の問題です。

原価300円の品物に原価の x 割の利益を見込んで定価をつけた。

大売り出しの日に、定価の $\frac{x}{3}$ 割だけ値引きして売ったところ、利益は51円であった。

x の値を求めなさい。ただし、はじめに見込んだ利益は原価の10割以下とする。

商品売買の問題の式の立て方の基本は

売価－原価＝利益

です。

「～割増し」と「～割引き」の表し方と $\frac{x}{3}$ 割の表現のしかたが分かれば、易しい問題といえます

が、実はここが難しい。

「割り増して、割り引く」という連続操作を式で表すことに慣れていないこと、また、割を小数化あるいは分数化する手順が一般的な操作手順として習得されていないことが原因です。

例えば、1割が「 $\times 0.1$ 」、2割が「 $\times 0.2$ 」くらいはだれも知っています。ところが、13割となるとぐらっとなる生徒がでます。

「 $\times 0.13$ 」？です。

ましてや0.03割となると、0. …？「0がいくつ？」という世界となります。

さらに、 $\frac{X}{3}$ 割となると想像すらできない世界のように…。

文章題の難しさ…単位の変換

これは単位変換の一般問題ともいえます。

単位変換といえば、速さ。

速さの単位変換はそう易しくはありません。

cm/秒をkm/時に変換する問題。

m/時をcm/秒に変換する問題等々、気の遠くなるような組合せがあります。

多様性そのものです。

また、2次の量である面積については、もう”しどろもどろ”です。

体積の単位変換などにいたっては

mm³、cm³、m³はもちろんL、dL、mLというスター達が入り乱れての登場、

もちろん面積とて、aやhaなどという無名のスターもおりますが…、

すべての単位変換の規則を覚えようなど、無謀です。

しかし、この無謀な冒険をやって苦しんでいるのが、教室では多数派です。

では、賢い生徒はどのように処理しているのかというと、

基本単位だけを覚えていて、基本単位のところで単位を変えているのです。

これだと、知識としては、小学3年生程度ですみます。

単位変換の裏技

具体例で説明しましょう。

例えば、理科の圧力などの問題では非常に小さな面積の単位が出てきます。

0を1個読み違えると、答は2けたや3けたは平然と変わります。

0.002 cm² の面積に0.2 Nの大きさの力が加わったときの圧力を
N/m² の単位で求めなさい。

最初に、 cm^2 を m^2 の単位に変換しておかなければなりません。

これを1発でできる生徒は、まずいません。

ただ、 1m^2 は 10000cm^2 と「覚えて」いる生徒は少なからずいますが…。

次元を下げると考え方が易しくなります。

そこで、 cm^2 を cm の世界へ戻します。

$$0.002\text{cm}^2 = 1\text{cm} \times 0.002\text{cm}$$

$1\text{cm} = 0.01\text{m}$ であることはだれでも知っています。

え？

知らない。でも、 $1\text{m} = 100\text{cm}$ なら知っているでしょ？

100 集まって 1 になる数が 0.01 です。

1cm は 100 集まると 1m になるから 0.01m 。

まったく、世話が焼けますナ。

cm を m に変えます。

$$\begin{aligned} 0.002\text{cm}^2 &= 1\text{cm} \times 0.002\text{cm} \\ &= 1 \times (0.01\text{m}) \times 0.002 \times (0.01\text{m}) \\ &= 0.01\text{m} \times 0.00002\text{m} \\ &= 0.0000002\text{m}^2 \end{aligned}$$

おっと、小数のかけ算を筆算などで計算している根性のある人はいないでしょうね、と言いたいのですが、みなさん根性がとてもたくさんおありで…。(*^_^*)

いっしょうけんめい 0 を書いて、しっかりとまちがえています。

1×2 を計算し、あとは被乗数と乗数の小数点以下のけた数が積の小数点以下のけた数と同じになるような 0 をつけ加えればいいのですよ。

あとは、圧力を N を単位として求めます。

$$0.2\text{N} \div 0.0000002\text{m} = 1000000\text{N} / \text{m}^2$$

$0.0000002\text{m} \div 0.2\text{N}$ とした人は、

圧力の意味からもう一度勉強しなおして下さい。

また、小数の筆算などもしてはいけませんよ！

とは言っても、

ここでも、 0 をたくさんならべて”うろうろ”している生徒が多数派です。

小数のわり算は、分数で処理します。

$$\begin{aligned} &0.2\text{N} \div 0.0000002\text{m}^2 \\ &= \frac{0.2\text{N}}{0.0000002\text{m}^2} = \frac{0.2000000\text{N}}{0.0000002\text{m}^2} = \frac{2000000\text{N}}{2\text{m}^2} \\ &= 1000000\text{N} / \text{m}^2 \\ &\text{答 } \underline{1000000\text{N} / \text{m}^2} \end{aligned}$$

小数点をそろえて分子、分母を並べます。

倍分して約分して完成です。

わる数の小数点がどうの、わられる数の小数点をいくつ動かすの、

あまりは小数点は動かさないの、…魑魅魍魎の世界から抜けられます。

単位変換を必要とする問題は、ごらんのように複雑です。
いろいろな技を使いこなさなければなりません。
鍵となるのは、面積の単位を長さの単位に変換しておき、変換した単位でもう一度面積を求めるという操作です。

これは、すべての単位変換で利用できます。
最も応用範囲の広い技術です。
だから、小学3年生ほどの知識とこの変換技術を知っているだけで、
すべての単位変換がまちがいなく処理できます。

このような技術を教えてやらない限り…、
単位変換はいつまでも生徒にとっては闇の世界のままです。
しかし、なんと多くの生徒が闇の世界をうろつき回っていることか。
このかわいそうな子羊たちに愛の手を…！

きょうは、理科の授業をしてしまいました。(*^_^*)

商品売買の問題をやっていたのですが…

そうそう、商品売買の問題でしたネ。
商品売買が、隅で恥をかいてます。
注目してあげましょ。
と思ったのですが、長い文章に読者諸氏もお疲れでしょう。
次回に回します。

次回は、きょうの理論をふまえて、「”割”一般の処理方法」を扱います。
文字の入った”割”の処理のことです。

単位変換の裏技が学べる数専ゼミの数学教室です。

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp