

## 誤答研究 中3編(2)

2022. 7. 18(月)

## 2次方程式: 因数分解を利用した解き方

## 【問題】

2次方程式  $(x-7)(x+1)=-15$  を解きなさい。

生徒の答案

$$x-7=-15 \quad \text{より} \quad x=-8$$

$$\text{または} \quad x+1=-15 \quad \text{より} \quad x=-16$$

$$\text{答} \quad \underline{x=-8, -16}$$

さて、どこが違いますか。

なぜ、違いますか。

生徒に分かるように説明できますか。

やはり、 $ab=0$ のとき、 $a=0$  または  $b=0$  の論理の問題です。

平気で上のような答案を書いて、提出する生徒はときどき出ます。

 $(x-2)(x-3)=1$  のようにもっと誘惑の多い問題では頻出します。 $(x-2)(x-3)=0$  を数題練習させ、 $(x-2)(x-3)=1$  を出題するとかなり多くの生徒が、 $x-2=1$ 、 $x-3=1$  として解きます。 $x-2=0$ 、 $x-3=0$  という形式が、 $x-2=1$ 、 $x-3=1$  という形式を誘発するのですね。 $(x-2)(x+1)=1$  とすると、「おや!」と思う生徒がでます。 $x+1=1$  より  $x=0$  となるからで、0は生徒の思考を一時止めます。

形式的思考の限界のよい例です。

この問題は、理解を伴って解けるようにすることの重要性を警鐘しています。

## 間違いをさせない指導プロセス

上のことは、教室の授業では、次のようなストーリーとして展開されます。

## 【問題】

2次方程式  $(x-7)(x+1)=-15$  を解きなさい。

生徒の答案

$$x - 7 = -15 \quad \text{より} \quad x = -8$$

$$\text{または} \quad x + 1 = -15 \quad \text{より} \quad x = -16$$

$$\text{答} \quad \underline{x = -8, -16}$$

先生：「本当にそうなの？  $x$  に代入して調べてごらん。」

生徒：\*左辺の  $x$  に  $-8$  を代入すると

$$\text{左辺} = (-8 - 7) \times (-8 + 1) = 105$$

$$\text{右辺} = -15$$

左辺と右辺は等しくならない！

\*左辺の  $x$  に  $-16$  を代入すると

$$\text{左辺} = (-16 - 7) \times (-16 + 1) = 345$$

$$\text{右辺} = -15$$

左辺と右辺は等しくならない！

なんでだろう…？」

先生：「例えばよ，2つの正の整数  $a$  と  $b$  があるとして，

$$a \cdot b = 6 \quad \text{のとき，} \quad a = 6, \quad b = 6 \quad \text{となるの？}$$

生徒：「ならない！」

先生：「じゃ， $(x - 7)(x + 1) = -15$  のとき

$$x - 7 = -15, \quad x + 1 = -15$$

というのも変でしょ？」

生徒：「うん。でも，前の授業で

$$(x - 2)(x + 3) = 0 \quad \text{のとき，}$$

$$x - 2 = 0, \quad x + 3 = 0 \quad \text{とした…}$$

先生：「 $\sim = 0$  だからいいの…」

生徒：「ふ～ん。0だからいいのか。」

先生：「…(\*\_\*)」

**この生徒，「ふ～ん」が危ない！**

生徒：「 $x + 2 = x^2$

$x^2$  を移項して…

$$-x^2 + x + 2 = 0$$

よし， $= 0$  になった

次に，両辺に  $-1$  をかけて

$$x^2 - x - 2 = -0$$

あれ？0が負の数になってしまうよ。」

先生：「ばっか！」(=\_=)

**ジャンジャン！**

## 0は魔物

こういう生徒，たまに出ます。

畢竟，「0は正の数，負の数のどちらなの」，とか「0は整数なの」

などの質問は「ふつう」の現象です。  
また、 $0 \times x = x$ などは、「頻出」します。  
「0」は大人が思っているほど易しくはないのですね。  
指導にあたっては、十分気を付ける必要があります。

## **$ab = 0$ は数学の超重要ツール**

$a \times b = 0$ のとき、 $a = 0$ または $b = 0$ の論理は、ドタバタをくり返しながら生徒のものになっていくようです。

これだけ取り出して考えるとごく簡単な原理ですけど、これが複雑な式の展開の中に組み込まれているとなかなか気づくのがたいへんです。

しかし、ここが数学的センスになります。  
 $a \times b = 0$ の意味をしっかりと使いこなせるようになることが、数学が得意になることでもあります。

**理屈で教える数専ゼミの数学教室です。**

### **数専ゼミ・山形東原教室**

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: [suusen@seagreen.ocn.ne.jp](mailto:suusen@seagreen.ocn.ne.jp)