

難問は基礎の組合せである！ － 連立方程式を例として －

2024. 12. 18 (水)

連立方程式の計算の応用問題です…ちょいムズです！

山形新聞（令和4年5月27日）の「実力養成中学生講座・数学」というコーナーに掲載された問題です。（これは、中3生向けの受験対策講座で、地元の学習塾が問題を提供し、ラジオで解説しているものです。）

$$\begin{array}{l} \chi, y \text{ についての連立方程式} \begin{cases} 3\chi + 4y = 2 \\ a\chi + by = 1 \end{cases} \text{ の解の } \chi \text{ と } y \text{ を入れかえると} \\ \begin{cases} 3\chi + y = -1 \\ a\chi - by = 1 \end{cases} \text{ の解になったという。このとき、定数 } a, b \text{ の値を求めよ。} \end{array}$$

今まで（50年間）に山形県では出題されたことのない問題です。
連立方程式の計算問題ですが、計算の応用問題になっています。

山形県では、連立方程式の計算問題は、平成2年（1990年）以降は出題されていませんが、2次方程式の計算問題もそろそろネタが出尽くしたことから、毎年出題されている連立方程式の文章題では、計算プロセスが採点対象外になっている（途中の計算は書かなくてもいい）ことから、連立方程式の単独の計算問題が出題されてもいいように思えます。

そうすると、教科書程度の問題では”芸がない”ので、出題するとすれば、5～6点配点の計算の応用問題になるはずです。すると、上の問題のようなものは最適とされます。
（入試では、計算問題は3～4点配点で、少し応用すると5点以上で配点されている。）

ただ、こういう問題が出題されると、受験生の半分以上は解けないと思われます。だから、出題されるとすれば、東高や西高受験生の差別化問題となると思われます。
つまり、東高や西高に合格したければ、このタイプの問題は解けなくてはならないということになります。

新聞紙上には、解説はありませんので、解いてみました。
東高、西高を受験する予定の人は、解けるようにしておきましょう。

問題の解法プロセス

【考え方】

- 1 まず、①と②の x と y を入れかえておきます。
- 2 ①で x と y を入れかえた式を①'としたとき、①'と③を使って x 、 y の値を求めておきます。(ここは普通の連立方程式です。基礎部分です。)
- 3 ②で x と y を入れかえた式を②'として、求めた x 、 y の値を、それぞれ②'と④に代入し、 a と b についての連立方程式をつくります。
- 4 この連立方程式を解くと(これも普通の連立方程式です。基礎部分です。) a 、 b が求まります。

[答 案]

$$\begin{cases} 3x + 4y = 2 & \dots ① \\ ax + by = 1 & \dots ② \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + y = -1 & \dots ③ \\ ax - by = 1 & \dots ④ \end{cases}$$

1

- ①で、 x と y を入れかえて、
 $3y + 4x = 2 \quad \dots ①'$
- ②で、 x と y を入れかえて、
 $ay + bx = 1 \quad \dots ②'$

2

$$\begin{array}{r} ①' - ③ \times 3 \\ 4x + 3y = 2 \\ -) 9x + 3y = -3 \\ \hline -5x \quad = 5 \\ x = -1 \quad \dots ⑤ \end{array}$$

⑤を①'に代入して、
 $3y - 4 = 2$
 $3y = 6$ より、 $y = 2$

よって、 $(x, y) = (-1, 2) \quad \dots ⑥$

3

⑥を②'に代入して、
 $2a - b = 1 \quad \dots ⑦$

⑥を④に代入して、
 $-a - 2b = 1 \quad \dots ⑧$

4

$$\begin{array}{r} ⑦ \times 2 - ⑧ \\ 4a - 2b = 2 \\ -) -a - 2b = 1 \\ \hline 5a \quad = 1 \\ a = \frac{1}{5} \quad \dots ⑨ \end{array}$$

⑨を⑦に代入して、
 $2 \times \frac{1}{5} - b = 1$
 $2 - 5b = 5$
 $b = -\frac{3}{5}$

よって、 $a = \frac{1}{5}$ 、 $b = -\frac{3}{5}$

難問は基礎の組合せである！

全体としては難しいのですが、やっていることは基礎の組合せです。

- ・まず、方程式の解とは何か、を知っている必要があります。
方程式の解とはその方程式を成り立たせる特定の値のことです。
だから、与えられた x と y はすべて同じ値であるから、①'と③を組み合わせで新しい連立方程式を作ってもいいわけです。ここがまず壁となります。ここが思いつかない人が圧倒的多数派になります。ここを思いつかないときは、もう先へは進めません。
- ・ここを乗り越えると、求めた x と y を使って a と b の新しい連立方程式を作ることになります
が、ここも解法のネックです。問題に用意されていない方程式を自分で勝手に作って問題を解く、などという発想は、中学生にはありません。

全体の解法プロセスにおいては、連立方程式の計算は基礎部分となっており、これができないとこの問題は絶対に解けません。

基礎とはこのようなものです。

基礎が大切であることは、具体的に理解できたと思います。

解けないとき、まず基礎を学ぼう

難問に苦闘しているとき、その問題を解くためのツール（基礎）を持っているかどうかをチェックしてみましょう。

これは、問題を解いている本人にはわからないことが普通です。

その場合には、答案を見せたり、分からないところを説明したりして、自分が行き詰まっている所を、塾の先生に教えてもらいましょう。

基礎の部分が不完全のときは、まず、その基礎を学びましょう。

その後で、もう一度その難問に挑戦してみてください。道は自ずと開けるはずですよ。

基礎は教えてもらう、応用は自分で学び取る、これが受験勉強の”極意”です。

数専ゼミは数学の個別指導塾ですので、いつでも、どの単元でも個別に基礎の指導を受けることができます。

勉強していて、復習したい単元がでてきたら、いつでも授業の中で先生に申し出て下さい。

基礎を教える数専ゼミの数学教室です。

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp