

## 1次関数を学ぶ(その11) - 入試問題研究 -

2022. 7. 7(木)

### 動点と体積の問題です

「動点と体積」の問題は、過去50年間に3題しか出題されていません。  
いや、3題も、というべきか？  
その3題のうちの1題が今年度(令和4年度/2022年度)に出題されています。  
動点の問題としては、今後、どんどん出題される分野と思われます。

### 動点と体積の問題の歴史

過去には、次のような問題が出題されています。

- ・ **平成2年度** 三角錐の1つの面を底面とし、側面上を1点が動くとき、その点を頂点とする三角錐の体積を $\chi$ の式で表す問題です。(後で詳しく解説します。) はたして、時間中に解けた人がいるのだろうか、と思えるほどの超難問です。考え方もそうなのですが、途中の計算で3桁の分数が出てくるので、これでいいのだろうかと考え込んでしまいます。日頃の受験対策の問題では、このような複雑な計算を必要とする問題はあまり出てきません。
- ・ **平成27年度** 2点が動きます。  
2点と四角柱の他の頂点とでつくる三角錐の体積を $\chi$ の式で表す問題です。歴史的には必然的な流れといえます。1点が動けば、2点も動きます。2次関数との”混合”問題ですが、融合問題ではないので、関係ない2つの問題が並んでいるだけです。  
問題を2題含んでいて、前半が動点と体積、後半が動点と面積の問題で構成されています。(詳しくは、次回に分析します。)
- ・ **令和4年度** 直方体上を1つの点が動くとき、その点を頂点とした四角錐の体積を $\chi$ の式で表す問題です。求める体積は三角錐から四角錐に変わりました。高さを求めるために相似を使います。  
2の問題は、点の移動に伴って2つの三角形の面積の比が4:3になるときの点Pの時間を求める問題です。  
動点と面積の問題の範疇に属する問題ですが、このジャンルの問題としても初めての出題です。(次回に詳しく分析します。)  
このタイプの問題は、2次関数ではよく出題されるということも覚えておきましょう。

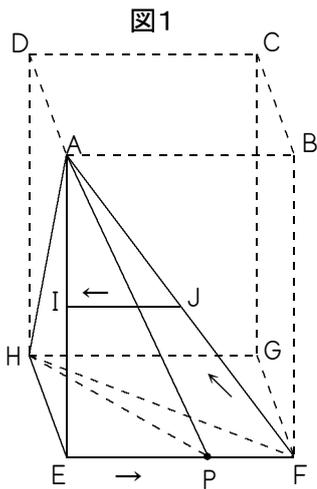
まず、超難問であった**平成2年度**の問題を見てください。どうです、解けそうですか？

★平成02年度★ 得点 [ / 15点 ]

図1の立体A-EFHは、AE=8cm、EF=EH=6cmの直方体ABCD-EFGHを、3点A、F、Hを通る平面で切ってきた三角錐で、点I、Jはそれぞれ辺AE、AFの中点である。

今、点PがEを出発し、毎秒1cmの速さで線分EF、FJ、JI上を矢印の方向に点Iまで動く。点PがEを出発してχ秒後の三角錐P-AHEの体積をy cm<sup>3</sup> とするとき、次の問いに答えなさい。

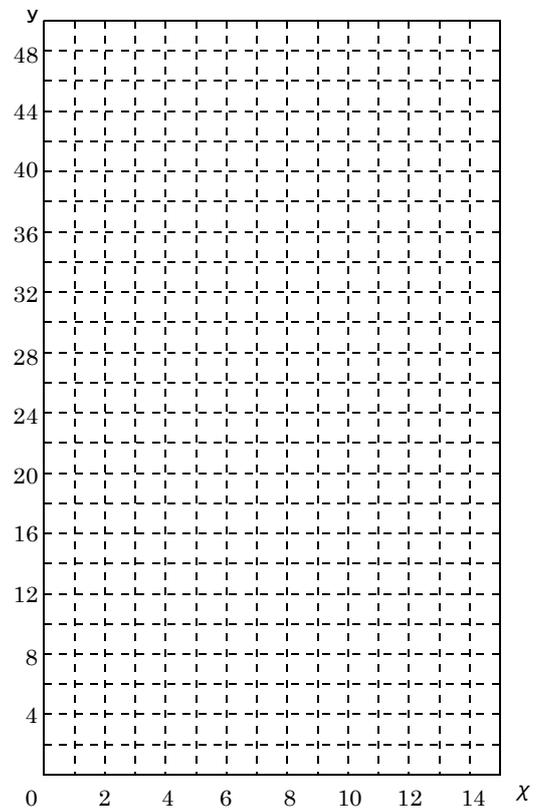
(1) 下の表に、χの変域及びχとyの関係を表す式をそれぞれ書きなさい。(各3点×3=9点)



レベルD

Pの位置	χの変域	χとyの関係式
EF上		
FJ上		
JI上		

図2



(2) (1)で求めた式のグラフを図2にかきなさい。(6点) レベルB

## 初めて出た動点と体積の問題 - こんな解けるのかね

入試の時間は50分です。

最近のように変域、χとyの関係式が穴埋めではありません。

χの変域設定から体積の求積(yの式)まで、フルサイズで答えなければなりません。

相似と三平方の定理も使わなければなりません。

途中の計算で3桁の分数がでます。

「え！？こんなのないわな！」で、計算をもう1回やりなおします。時間をくいます。

やはり、3桁の分数です。

(「ダイヤグラムの問題」で、平成10年度に、答えが3桁の分数になる問題がありました…)

これでよいことにしてそのまま進みます。

グラフは区間関数の定石通りなので、さらっとかけます。

しかし、グラフをかくための式が作れません。

だから、結局、グラフもかけません。(--;)

歴史的な難問です。あるいは、史上第1位の難問であったかもしれません。

平成元年の相似の問題で、立体の切断がらみで体積を求める問題がありましたが、これとどちらがというような難問です。

ちなみに、平成元年の相似の問題では、切断面の形を読み取ることから難しく、かつ補助立体を付け加えて全体から一部を引いて残りの立体の体積を求めるというところが解けないようです。

しかも、辺の長さが文字で与えられています。

これは、これで後日「相似」のところで分析しますが…。

う～ん、どちらが難しいだろう？

でも、どちらも、解けた人など、あるいは全県で数人であったかもしれません。

(解くやつがいるのが驚きですが…/当時の高校受験生は、1万人を優に超えていました。)

## 解けるところもある

点PがFJ上を動くときの体積 $y$ の式を求めるのが難しいのであって、EF上やJI上では $y$ の式は求めることはできます。(レベルB程度です。)

グラフについては、EF上やJI上のものはかけるから、まずそれらをかいて、それらの両端をつないで、FJ上のグラフとしてしまえ、で答えるしかありません。これでうまくいけば15点満点中12点はとれます。

全部が難しいわけではないので、解けるところは解く、という姿勢で臨むことが大切です。

(この頃は、問題間に有機的な融合がないから、このようなことが言えるので、最近の問題ではこうはいかないかもしれないことを知っておいてください。例えば、相似で辺の長さを求め、それを使って三平方の定理で辺の長さを求め、合わせて三角形の合同を証明するなどの問題もあります。相似で辺の長さが求められないと、0点となります。)

【参考資料】「動点と面積」の出題問題の分析 Essay\_081 ~ Essay\_090



## 単元全体の出題問題分析表

全単元の出題頻度，配点，難易度についてのデータは，下のLinkからご覧いただけます。  
50年分の出題内容を分析してあります。

「山形県公立高校入試出題問題分析表(数学)」 → [|Link|](#)

(ブラウザの「戻る」ボタンでここへ戻れます。)

## 「1次関数」の受験対策指導

数専ゼミでは，1次関数の復習，山形県の1次関数の過去問のいずれでも指導を受けることができます。

1次関数の復習プログラムは，次のようになっています。

→ 「1次関数」の学習計画表 → [|Link|](#)

(ブラウザの「戻る」ボタンでここへ戻れます。)

1次関数の過去問の学習プログラムは，次のようになっています。

→ 「1次関数の過去問(山形県)」の学習計画表 → [|Link|](#)

(ブラウザの「戻る」ボタンでここへ戻れます。)

## 山形県入試(数学)情報日本一の数専ゼミの数学教室です

### 数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX. (023)633-1094

メールアドレス: [suusen@seagreen.ocn.ne.jp](mailto:suusen@seagreen.ocn.ne.jp)