

方程式(濃度の問題)の落とし穴

2022. 7. 1 (金)

水の中には塩は入っていませんけど…

こんな答案が返ってきました。(次のページを参照)

復習をしている中2生で、かなり数学の学力のある生徒です。

割合の問題でいえば、生徒の増減問題や商品売買の問題については、なんなく解けています。

食塩水の濃度の問題だけが正答率が50%です。

何が解けないのかというと、

食塩水+食塩

食塩水+水

の2つのタイプの問題が解けていません。

もちろん、今では、数専ゼミの「学力化学習法」によって、現在では食塩水のすべての問題に正解する学力を習得しておりますが…。

なぜ、「食塩水+水」の問題が解けないか

結論からいえば、食塩水の濃度の問題の意味を理解していないからです。

問題で与えられた数値を公式に当てはめて式を立てると、この答案のような間違いをします。

「食塩水に含まれる塩の重さの関係を x の式で表す」

これが濃度の問題の意味です。

この塩の重さを表すために濃度の考え方を使います。

直接出てくる数値は、 g/g を単位とする食塩水1gあたりに含まれる食塩の重さです。

これに100をかけて%で表記します。

すると、上の問題では、食塩の重さを表す等式を作ると

$$200 \times \frac{6}{100} + x \times \frac{0}{100} = (200 + x) \times \frac{4}{100}$$

◀食塩の重さについての等式

水を0%の食塩水と見なすことで、すべての濃度の問題を1パターンの考え方で解こうとしているのですが、水=0%の食塩水という状況を理解するのが難しいのかもしれませんが。

この辺の濃度の問題の応用力のある一般的解法については、「Essay 40」をご覧ください。

以下、生徒の「生答案」です。

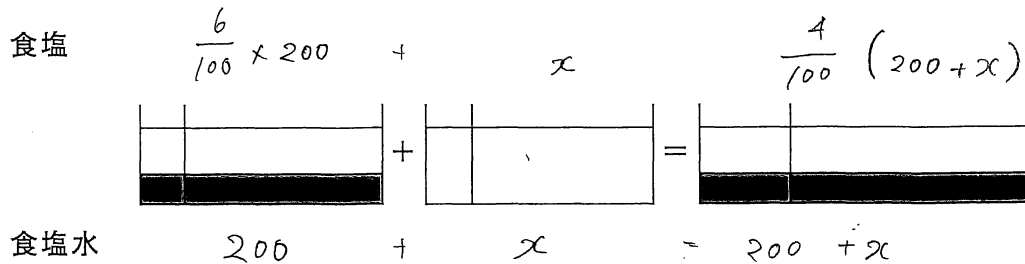
◇ 《食塩水+水》 学力化 → /

★演習★【2】

6%の食塩水が200gある。これに水を加えて4%の食塩水にしたい。
何gの水を加えればよいですか。

【考え方】

加える水を x g とし、数量関係を図に表すと、



【考える手順】

- 1 未知数を決める
- 2 方程式を立てる
- 3 方程式を解く
- 4 たしかめ
- 5 答を書く

【答 案】

加える水 $\rightarrow x$

$$\frac{6}{100} \times 200 + x = \frac{4}{100} (200 + x)$$

$$\frac{6}{100} \times 200 + x = \frac{4}{100} (200 + x)$$

$$12 + x = 8 + \frac{4}{100}x$$

$$\frac{96}{100}x = -4$$

$$x = -\frac{4}{\frac{96}{100}} = -\frac{400}{96} = -\frac{25}{6}$$

$$\frac{6}{100} \times \frac{225}{6} = \frac{49}{4}$$

省略

答

$$\frac{49}{4} \text{ g}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ 5 \overline{)245} \\ \underline{20} \\ 45 \\ \underline{45} \\ 0 \end{array}$$

【注】 どうでもいいことですが…

生徒の答案をコピーします。→これをスキャナーで読み取り、tifファイルにします。→tifファイルで加工し、上のような形に成形します。→これをExcelに貼り付け、16%に縮小します。これを一太郎にコピペします。それをそのままPDFに変換します。できたファイルが上のファイルです。けっこう、手間暇のかかる作業です。

(なお、一太郎→PDFのところを、word→PDFでもできます。)

計算技術の問題

この答案の中で、もうひとつ注目しなければならないのが、分数を含む方程式の計算方法です。
”しこしこ”と目に付いた式から約分をしております。

等式なのに、いつまでも、いつまでも分数をかかえて計算しています。

結局最後まで分数を抱えて計算して、結局間違えています。

約分に苦闘しているようすがはっきりわかりますが…。

分数を含む方程式で最初にやることは、両辺に分母の最小公倍数をかけてすべての項の係数を整数にする、ということです。これは、計算を易しく、速く、正確にするための計算原則です。

原則を無視して計算すると、計算がめんどになり、時間がかかり、その結果間違えます。

計算を易しく、速く、正確にすることは、大学受験までのあらゆるテストで要請される数学力の根底能力となります。高い得点がほしい人に要請される基本学力です。

100題、1000題の練習を積むのではなく、技術を覚え、数題試して、その技術を使えるように練習するだけでよいのです。30分もかかりません。

力があるのに、成績が伸びない原因のひとつが計算の技術の稚拙さです。まじめな生徒に多いのも特徴です。

易しく、速く、正確に計算してみます

上の間違い答案を原則を使って計算してみます。

$$200 \times \frac{6}{100} + x \times \frac{0}{100} = (200 + x) \times \frac{4}{100}$$

両辺 × 100

$$1200 = 800 + 4x$$

両辺 ÷ 4

$$300 = 200 + x$$

◀ここでも両辺を4で割って係数を簡単にします。

$$\underline{x = 100 \text{ (g)}}$$

上の生徒の答案と比べて見てください。だれが見たって、こちらの方がすぐれた計算方法であることがわかります。原則とは、楽しんで点を稼ぐツールのことです！(*_*)\

易しく、速く、正確な計算法を教える数専ゼミの数学教室です

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp