

## 学びの風景(その13)

2022. 6. 11 (土)

2次関数のグラフの問題をやっています。高校数Iの授業です。

2次関数のグラフをかくために必要な式を作成する問題です。平方完成の問題です。

最後の問題になります。

### ★演習★【フ】

$x$  の2次関数を標準形(平方完成の形)に変形せよ。

$$y = \frac{1}{2}(t+3)^2 - \frac{5}{4}a(t+3) + \frac{3a^2-4}{2}$$

このタイプの平方完成が出てきたときには、教科書や参考書では、 $t+3=u$ などと1文字に置きかえて、 $u$ の2次関数として解いています。

平方完成するだけならそれでいいのですが、4次関数や定積分を含む関数の最大値・最小値のような解法のプロセスがとてつもなく長くなる問題では、置きかえるとさらに全体の流れが複雑になり、途中で何をしているのかわからなくなります。

そういう問題では、置きかえないで多項式をそのまま変数とする関数のまま平方完成します。

## 平方完成のプロセスを詳細に書く

途中の操作をすべて文章化しながら解いていきます。

$$y = \frac{1}{2}(t+3)^2 - \frac{5}{4}a(t+3) + \frac{3a^2-4}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ (t+3)^2 - \frac{5}{2}a(t+3) \right\} + \frac{3a^2-4}{2}$$

◀  $(t+3)$ の項について、 $(t+3)^2$ の係数で割り出す  
「 $(t+3)^2$ の係数を1にする」ということです。

$$= \frac{1}{2} \left\{ (t+3)^2 - \frac{5a}{2}(t+3) + \left(\frac{5a}{4}\right)^2 - \left(\frac{5a}{4}\right)^2 \right\} + \frac{3a^2-4}{2}$$

◀  $(t+3)$ の係数の半分の2乗をたしてひく。

$$= \frac{1}{2} \left\{ \left(t+3 - \frac{5a}{4}\right)^2 - \left(\frac{5a}{4}\right)^2 \right\} + \frac{3a^2-4}{2}$$

◀ 前の3項で平方公式の形を作る。

$$= \frac{1}{2} \left(t+3 - \frac{5a}{4}\right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{5a}{4}\right)^2 + \frac{3a^2-4}{2}$$

◀ 分配法則で{ }をはずす。

$$= \frac{1}{2} \left(t+3 - \frac{5a}{4}\right)^2 - \frac{73}{32}a^2 + 2$$

◀ 後の項を計算する。

ここは中3程度の式の計算なので、途中の計算は省略します。

平方完成の方法では新しいところは何もありません。

いままでやった6題とまったく同じ手順で解いています。

計算も難しくはありません。正解して当然です。

ちなみに、この2次関数の軸は  $t + 3 = \frac{5a}{4}$  で、最小値は  $-\frac{73}{32}a^2 + 2$  となります。

## 実際の答案の書き方

計算プロセスを圧縮します。

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}(t+3)^2 - \frac{5}{4}a(t+3) + \frac{3a^2-4}{2} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ (t+3)^2 - \frac{5a}{2}(t+3) + \left(\frac{5a}{4}\right)^2 - \left(\frac{5a}{4}\right)^2 \right\} + \frac{3a^2-4}{2} \\ &= \frac{1}{2} \left( t+3 - \frac{5a}{4} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{5a}{4} \right)^2 + \frac{3a^2-4}{2} \\ &= \frac{1}{2} \left( t+3 - \frac{5a}{4} \right)^2 - \frac{73}{32}a^2 + 2 \end{aligned}$$

さらに、圧縮します。

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}(t+3)^2 - \frac{5}{4}a(t+3) + \frac{3a^2-4}{2} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ (t+3)^2 - \frac{5a}{2}(t+3) + \left(\frac{5a}{4}\right)^2 - \left(\frac{5a}{4}\right)^2 \right\} + \frac{3a^2-4}{2} \\ &= \frac{1}{2} \left( t+3 - \frac{5a}{4} \right)^2 - \frac{73}{32}a^2 + 2 \end{aligned}$$

この問題では、1行目からただちに3行目を導くのはかなり難しいと思えます。圧縮するのは上の程度でよいでしょう。そう時間もかかりません。暗算して間違えるより”まし”です。

## 基礎を学ぶことは応用力を学ぶことである

平方完成のいろいろなタイプの問題を学習してきました。

しかし、いろいろなタイプであっても解き方は1つであることを証明しました。

どれだけ多彩な問題であっても、どの問題でも解ける解き方を「基礎」といいます。

だから、基礎を学ぶことは、易しいことを学ぶことではなく、あらゆる問題を解く強力なツール（応用力）を学ぶことなのです。

## 徹底した基礎指導の数専ゼミの数学教室です。

### 数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: (023)633-1086 / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp